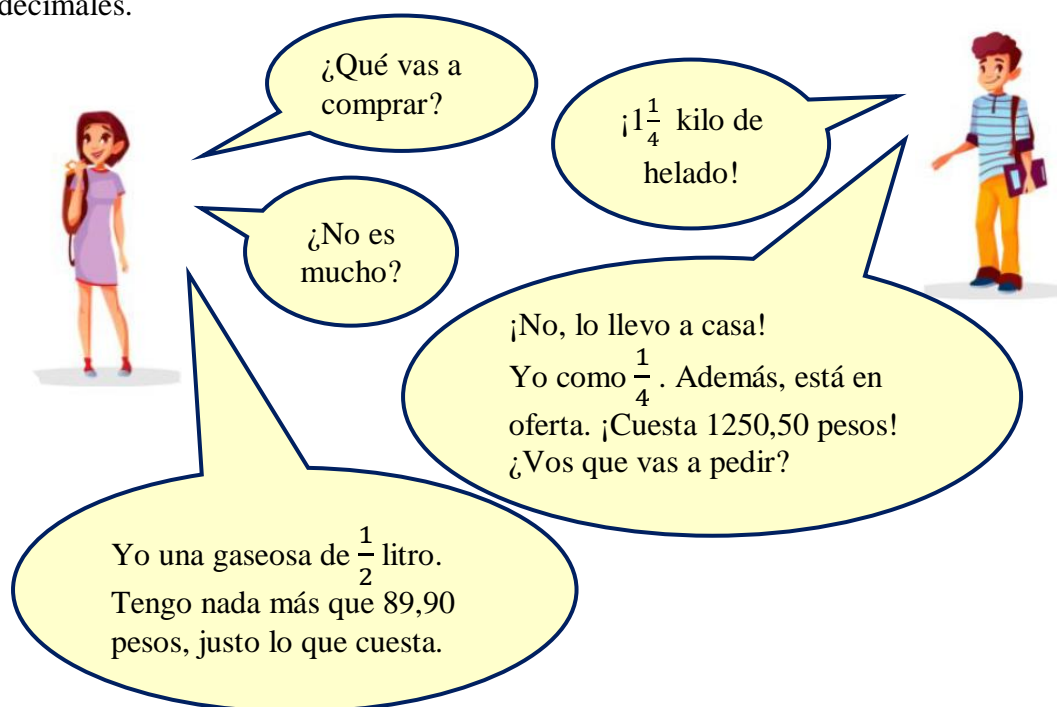


CIEEM 2024/2025
Matemática
Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024

Números racionales no negativos

En muchas situaciones los números naturales no son suficientes para expresar las cantidades que intervienen. Si se trata de expresar las partes de un entero, el resultado de una división o una medida, muchas veces se deben usar números racionales. Estos números, desde sus orígenes, pueden escribirse como fracciones o como expresiones decimales.



$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{4}$ son números racionales.

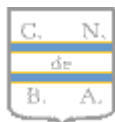
1250,50 y 89,90 también son números racionales.

Un número es racional no negativo si puede expresarse como el cociente entre un número natural o cero y otro número natural.

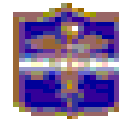
Un número racional no negativo expresado como fracción se escribe así: $\frac{a}{b}$, donde a es el numerador y b el denominador con $a \in \mathbb{N}_0$ y $b \in \mathbb{N}$.
El símbolo matemático \in se lee: pertenece a

A continuación vamos a trabajar con números racionales expresados como fracción. Consideremos los siguientes problemas en los cuales se utilizan fracciones.

- ◆ Cuatro amigos se reúnen a comer y quieren compartir 5 tartas que tienen igual forma y tamaño. ¿Cómo pueden hacer esos amigos para repartir las tartas en partes iguales?



UBA



CIEEM 2024/2025
Matemática
Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024

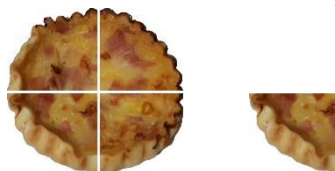
Una forma posible de repartir las 5 tartas entre los 4 amigos es la siguiente:



Luego, a cada uno de los amigos le corresponde $1\frac{1}{4}$ de tarta, o sea, una tarta y un cuarto:



Otra forma de repartir las 5 tartas entre los 4 amigos consiste en dividir cada tarta en cuatro cuartos, con lo cual a cada amigo le corresponde $\frac{5}{4}$ de tarta:



Si una fracción es mayor que la unidad, la podemos escribir como número mixto.

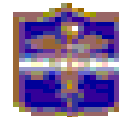
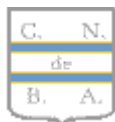
Por ejemplo, en el problema anterior: $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ → Parte de una unidad
↙ Cantidad de unidades

- ◆ Además, los cuatro amigos pidieron 3 pizzas de igual forma y tamaño para compartir. ¿Cómo pueden repartirlas en partes iguales entre ellos?



Si dividen cada pizza en cuartos, a cada uno de los amigos le corresponde $\frac{3}{4}$ de pizza:





CIEEM 2024/2025

Matemática**Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024**

- ◆ Teniendo en cuenta los dos problemas anteriores, ¿cómo se expresan el cociente y el resto de una división utilizando fracciones?

Si realizamos la división, resulta que:

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 4} \\ 1 \\ \hline \end{array}$$

Si el cociente de la división es mayor que uno, la división puede expresarse de dos

formas: $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 4} \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

Si el cociente de la división es menor que uno, la división puede expresarse de la

siguiente forma: $\frac{3}{4}$.

Fracción de la unidad

- ◆ Lucía compró una caja de chocolates con 3 tabletas. Cada una de ellas está dividida en 8 partes iguales.

Si consideramos como la unidad a todo el chocolate que hay en la caja, ¿cómo se pueden representar $\frac{5}{24}$ del chocolate de la caja?

Si cada tableta de chocolate está dividida en 8 partes iguales, entonces en total hay 24 partes de chocolate en la caja.



Luego, si consideramos 5 de esas partes, estas representan $\frac{5}{24}$ de la unidad:



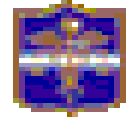
¿Cómo se pueden representar $\frac{7}{12}$ de la unidad?

Si en la caja, consideramos que cada tableta de chocolate está dividida en cuatro partes iguales, entonces la cantidad total de partes de chocolate es 12. Luego, al considerar 7 de esas partes, se obtiene esta representación:






UBA




CIEEM 2024/2025

Matemática

Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024

- ◆ Si la unidad es , ¿cómo se pueden representar gráficamente los $\frac{7}{3}$ de la unidad?

La unidad está formada por tres estrellas congruentes. Cada una representa $\frac{1}{3}$ de la unidad.

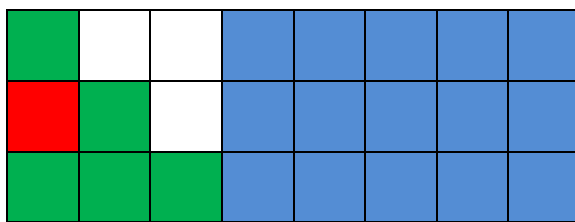
 $\frac{1}{3}$ de la unidad.





La fracción $\frac{7}{3}$ es mayor que la unidad y para representarla gráficamente se necesitan 7 veces $\frac{1}{3}$, es decir, 7 estrellas congruentes:



Fracciones equivalentes. Fracciones irreducibles

- ◆ Un grupo de amigas planifica una salida de fin de semana en carpa. A través de un buscador de *Internet* ellas encuentran el plano del camping PELLNAC que tiene cuatro zonas diferenciadas con colores:

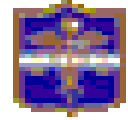


-  Zona de recepción.
-  Zona de juegos y servicios.
-  Zona de carpas.
-  Zona libre.

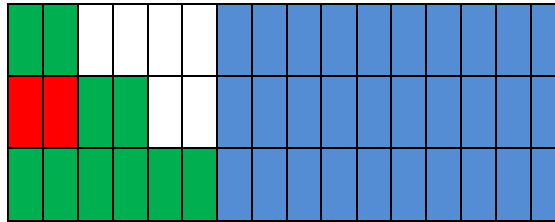
¿Qué parte del plano representa la zona de juegos y servicios?

El plano está dividido en 24 cuadrados, como este , de los cuales solo 5 son de color verde. Por lo tanto, la fracción $\frac{5}{24}$ representa la parte del plano correspondiente a la zona de juegos y servicios.

- ◆ En una nueva búsqueda por Internet, el grupo de amigas encuentra otro plano del mismo camping, pero de años anteriores. En esa época, el camping estaba subdividido de la siguiente manera:



CIEEM 2024/2025
Matemática
Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024



Cada cuadrado anterior está dividido por la mitad, con lo cual el plano está formado por 48 rectángulos, como este , de los cuales 10 corresponden a la zona de juegos y servicios. Por lo tanto, la fracción $\frac{10}{48}$ también representa la parte del plano destinada a esa zona.

Las fracciones $\frac{5}{24}$ y $\frac{10}{48}$ representan la misma parte de la unidad (en este caso el plano del camping), con lo cual son equivalentes y representan el mismo número racional.

Las fracciones que representan un mismo número racional se llaman fracciones equivalentes.

Como en el plano hay quince cuadrados de color azul, $\frac{15}{24}$ representa la parte del plano destinada a la zona de carpas.

También se puede pensar que el plano tiene treinta rectángulos , ya que cada uno de ellos es la mitad de un cuadrado .

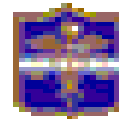
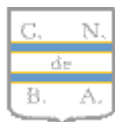
$\frac{15}{24} = \frac{30}{48}$ pero también $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

Diagram showing the conversion of 15/24 to 30/48 by multiplying numerator and denominator by 2, and the conversion of 15/24 to 5/8 by dividing numerator and denominator by 3.

Para obtener una fracción equivalente a otra dada, se multiplican el numerador y el denominador por un mismo número natural; o se dividen el numerador y el denominador por un mismo número natural divisor de ambos.

De las fracciones anteriores $\frac{5}{8}$ es una fracción irreducible, porque el numerador y el denominador son números coprimos. Toda fracción tiene asociada una fracción equivalente que es irreducible.

Una fracción es irreducible si el numerador y el denominador son coprimos, es decir que el único divisor común entre ellos es el 1.



CIEEM 2024/2025


Matemática**Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024**


Para obtener una fracción irreducible, se simplifica la fracción dada, es decir, se divide el numerador y denominador de esa fracción por un divisor de ambos.
Si una fracción es irreducible, no se puede simplificar.

Para obtener la fracción irreducible de la fracción que representa la parte del plano destinada a la zona de carpas, se divide el numerador y el denominador por 3:

$$\frac{\cancel{15}^5}{\cancel{24}_8} = \frac{5}{8}$$

Reconstrucción de la unidad

- ◆ El rectángulo  representa los $\frac{2}{5}$ de la unidad. ¿Cuál es la unidad?


Si se divide el rectángulo azul por la mitad, se obtienen dos rectángulos más pequeños, como este , y cada uno de ellos representa $\frac{1}{5}$ de la unidad. Luego, se necesitan cinco de esos rectángulos pequeños para formar la unidad, o sea, 5 veces $\frac{1}{5}$, porque $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$.

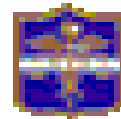
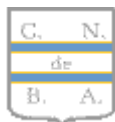
Al representar la unidad se obtiene: .

- ◆ La figura  representa los $\frac{8}{3}$ de la unidad.

Realizá la reconstrucción de la unidad y representala.

Los $\frac{8}{3}$ de la unidad están representados por dieciséis triángulos, con lo cual $\frac{1}{3}$ de la unidad está representado por dos triángulos ($16 : 8 = 2$). Como la unidad está formada por tres tercios y cada tercio corresponde a dos triángulos, se necesitan 6 triángulos ($2 \cdot 3 = 6$) para reconstruirla.

Al representar la unidad se obtiene: .



CIEEM 2024/2025

Matemática**Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024***Todos los problemas de tarea son los que figuran a continuación*

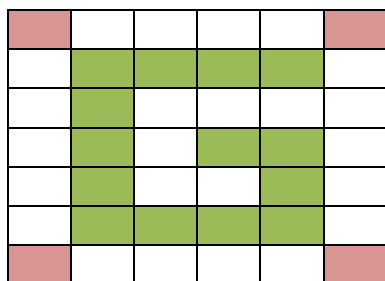
1. a) En la tabla, dividí cada figura en la cantidad de partes iguales indicadas y pintá, en cada caso, la cantidad de partes que se pide.

	Figura A	Figura B	Figura C	Figura D
Partes iguales	3	6	12	24
Partes a pintar	2	4	8	16
Figura				

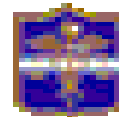
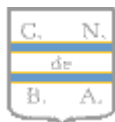
- b) Completá la siguiente tabla con la fracción que representa la parte que pintaste en cada figura del ítem a).

Figura A	Figura B	Figura C	Figura D

- c) Compará las figuras pintadas en el ítem a) con las fracciones que escribiste en el ítem b). ¿Qué conclusión podés obtener?
2. Un grupo de estudiantes de 7° grado realizó un diseño con la inicial del nombre de su escuela para utilizar en su bandera de fin de curso, como se muestra en el dibujo.



- a) ¿Qué parte del diseño ocupa la letra G?
- b) ¿Qué parte del diseño es de color blanco?
- c) Escribí dos fracciones que representen la parte del diseño que es de color rosa.
- d) ¿Qué parte de la zona verde es la zona rosa?
- e) Expresá como fracciones irreducibles las que escribiste en los ítems a) y b).



CIEEM 2024/2025

Matemática

Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024

3. Completá cada fracción con el número que falta para que, en cada caso, las fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{7}{5} = \frac{21}{\quad} = \frac{\quad}{40}$

b) $\frac{45}{81} = \frac{\quad}{9} = \frac{10}{\quad}$

4. Marcá con una X en el correspondiente las fracciones irreducibles.

$\frac{10}{3}$

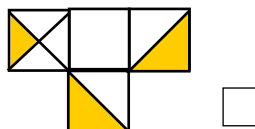
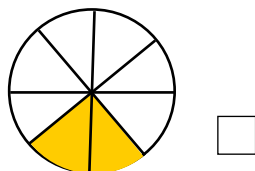
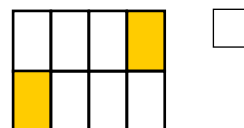
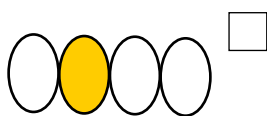
$\frac{15}{21}$

$\frac{4}{11}$

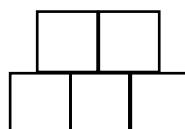
$\frac{9}{14}$

$\frac{6}{9}$

5. Marcá con una X en el correspondiente en cuál o cuáles de las siguientes figuras la zona sombreada representa $\frac{1}{4}$.

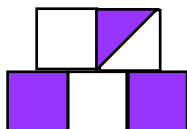


6. Considerá la siguiente figura como unidad:

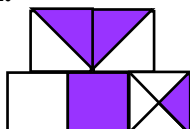


a) ¿Qué parte de la unidad representa la zona sombreada en cada caso? Escribí la respuesta usando una fracción irreducible.

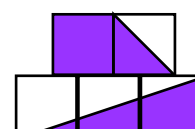
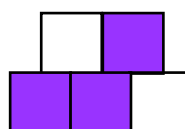
i.



ii.

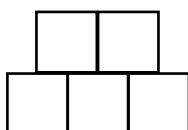


iii.

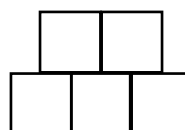


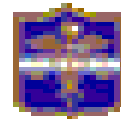
b) Sombrea en la figura correspondiente la parte de la unidad que se indica en cada caso:

i. $\frac{7}{10}$



ii. $\frac{13}{20}$





CIEEM 2024/2025

Matemática


Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024

7. a) Si  representa $\frac{3}{4}$ de la unidad,

i. dibujá la unidad.

ii. representá $\frac{3}{2}$ de la unidad.

b) Si  representa $\frac{6}{5}$ de la unidad,

i. ¿qué parte representa un  de la unidad?

ii. representá $\frac{2}{5}$ de la unidad.

8. En un grupo de 36 estudiantes del CIEEM, 20 son varones. De las mujeres, 4 viajan al CIEEM únicamente en subte y de los varones, la quinta parte lo hace solo en auto y un cuarto va al CIEEM solamente caminando.

a) ¿Qué parte del grupo de estudiantes del CIEEM son mujeres?

b) ¿Qué fracción de las mujeres viajan al curso solamente en subte?

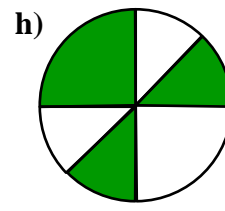
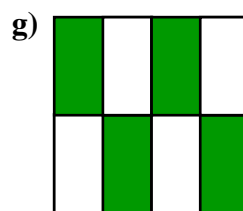
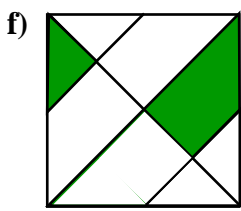
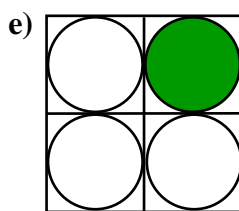
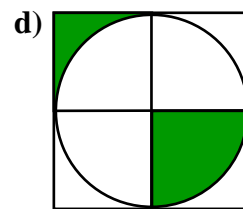
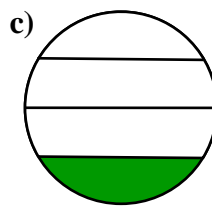
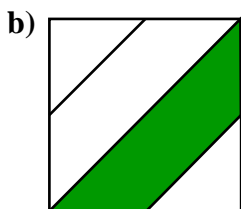
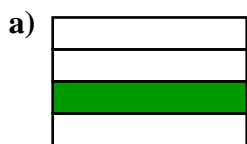
c) ¿Cuántos varones van al CIEEM únicamente en auto? ¿Y solo caminando?

d) ¿Qué parte de los varones no concurren al CIEEM en auto ni caminando solamente?

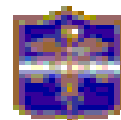
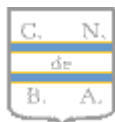
9. ¿Qué fracción irreducible representa:

a) 5 días de una semana? b) 6 horas de un día? c) 4 días del mes de abril?

10. Una marca de ropa deportiva organizó un concurso con el objetivo de decidir sobre el diseño del logo para sus nuevas remeras. La consigna fue: “pintá de color verde la cuarta parte de una figura”. Los trabajos presentados fueron los siguientes:



Elegí la o las propuestas que cumplan con lo pedido.



CIEEM 2024/2025
Matemática
 Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024

Respuestas de los problemas

1. a) Una posible respuesta es la siguiente:

	Figura A	Figura B	Figura C	Figura D
Figura				

b)

Figura A	Figura B	Figura C	Figura D
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{16}{24}$

c) Todas las fracciones del ítem b) son distintas, pero representan la misma zona pintada en cada figura del ítem a). Por lo tanto, son fracciones equivalentes.

2. a) La letra G ocupa $\frac{14}{42}$ del diseño. b) La parte del diseño que es de color blanco es $\frac{24}{42}$.

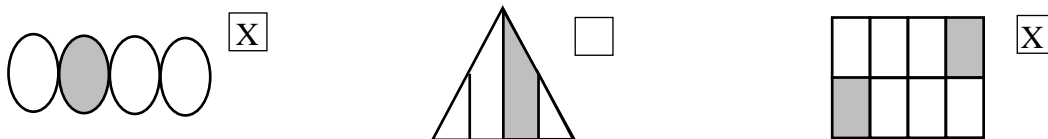
c) Dos fracciones que representan la parte del diseño que es de color rosa son: $\frac{4}{42}$ y $\frac{2}{21}$.

d) La zona rosa es $\frac{4}{14}$ de la zona verde. e) $\frac{14}{42} = \frac{1}{3}$ y $\frac{24}{42} = \frac{4}{7}$.

3. a) $\frac{7}{5} = \frac{21}{15} = \frac{56}{40}$ b) $\frac{45}{81} = \frac{5}{9} = \frac{10}{18}$

4. $\frac{10}{3}$ $\frac{15}{21}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{9}{14}$ $\frac{6}{9}$

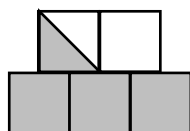
5.



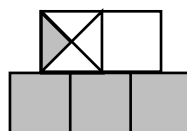
6. a) La parte de la unidad que representa la zona sombreada es:

i. $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ii. $\frac{9}{20}$ iii. $\frac{6}{5}$

b) Por ejemplo: i.

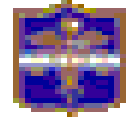


ii.





UBA



CIEEM 2024/2025
Matemática
Clase n° 7 - 18 de mayo de 2024

7. a) i.

ii.

b) i. Un representa $\frac{1}{10}$ de la unidad.

ii.

8. a) Son mujeres $\frac{16}{36}$, o sea $\frac{4}{9}$, del grupo de estudiantes del CIEEM.

b) $\frac{4}{16}$, es decir $\frac{1}{4}$, de las mujeres viajan al curso solamente en subte.

c) Los varones que van al CIEEM únicamente en auto son 4 y los que van solo caminando son 5.

d) No concurren al CIEEM en auto ni caminando solamente $\frac{11}{20}$ de los varones.

9. a) $\frac{5}{7}$

b) $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

c) $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

10. Cumplen lo pedido las propuestas de los ítems a), d) y f).