

CIEEM 2016/2017

2016 “Año del Bicentenario de la Declaración de la Independencia de la República Argentina”

Matemática

Clase n°3 – Sábado 30 de abril de 2016

Búsqueda de regularidades. Producción de fórmulas. Representación en la recta numérica.

Interpretación de gráficos.

1. a) Completá las siguientes secuencias con los tres términos que siguen en cada una:

i.

ii. 020040006...

iii. 7, 12, 17, 22, ...

iv. 1, 4, 16, 64, ...

b) Para los ítem iii. y iv., indicá cómo obtuviste cada uno de los términos que escribiste.

2. Los cuatro primeros términos de una secuencia son 9, 16, 23 y 30.

a) El término que ocupa la posición 61 es 429. Escribí el término número 63.

b) ¿Cuál o cuáles de los siguientes cálculos permite obtener el término 91? Marcalo con una X y calculalo.

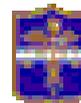
$9 + 7 \cdot (91 + 1)$ $9 + 7 \cdot (91 - 1)$ $2 + 7 \cdot 91$

c) Escribí el término número 240.

d) Escribí una expresión que permita hallar cualquier término de la secuencia.

3. Uní con una flecha cada secuencia con la fórmula que le corresponde sabiendo que n representa al número del término.

	Término 1	Término 2	Término 3	Término 4	Término 5			
a)	0	;	3	;	8	;	15 ; 24 ...	$5n + 1$
b)	6	;	11	;	16	;	21 ; 26 ...	$5(n + 1)$
c)	10	;	15	;	20	;	25 ; 30 ...	$n^2 - 1$



CIEEM 2016/2017

2016 “Año del Bicentenario de la Declaración de la Independencia de la República Argentina”

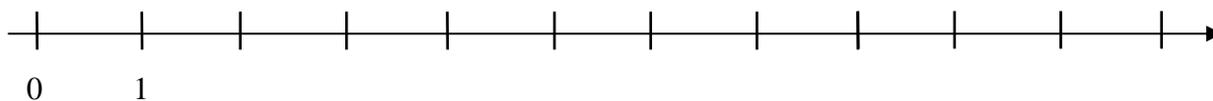
4. Considerá la siguiente secuencia de figuras que está armada con segmentos y que continúa de la misma forma:



Escribí la fórmula que permite hallar la cantidad de segmentos que forman cada figura siendo n el número de figura.

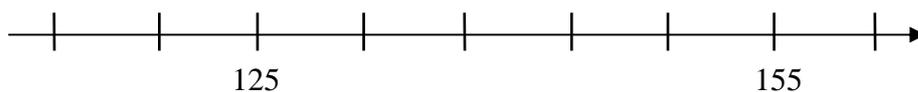
5. Representá en la recta numérica cada uno de los números naturales definidos por las frases siguientes. Marcalos con una X y escribí los números correspondientes debajo de cada marca.

- a) El anterior a 7.
- b) El doble del siguiente de 4.
- c) El número comprendido entre la mitad de 6 y la tercera parte de 15.
- d) Los números mayores que 6 y menores o iguales que 9.

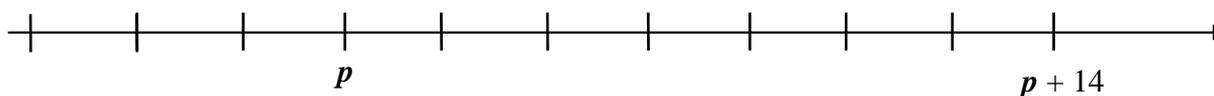


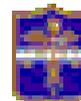
6. En cada caso, representá en la recta numérica lo que se indica. Marcalo con una X y escribilo debajo de ella.

- a) 143



- b) i. $p - 4$ ii. el siguiente de p .

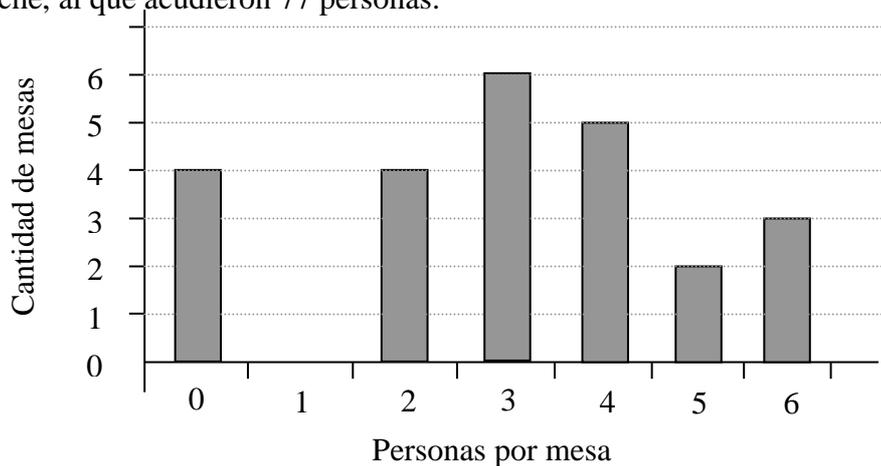




CIEEM 2016/2017

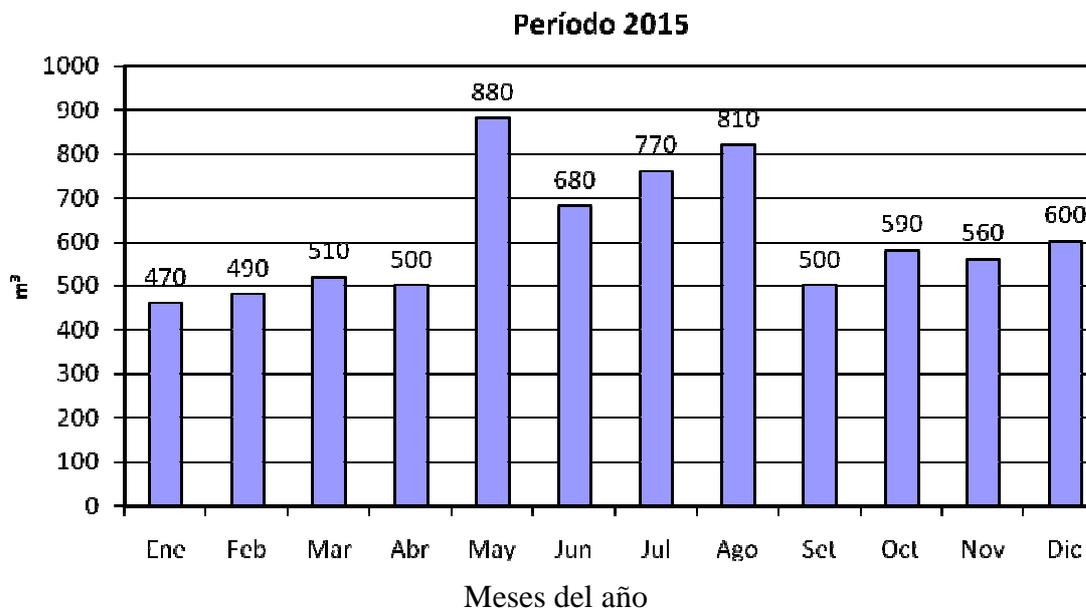
2016 “Año del Bicentenario de la Declaración de la Independencia de la República Argentina”

7. El siguiente gráfico, en el que solo falta dibujar una barra, muestra la cantidad de mesas ocupadas y la cantidad de personas ubicadas por mesa que se registraron en un restaurante en una noche, al que acudieron 77 personas.

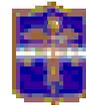


- Completá el gráfico.
- ¿Cuántos clientes están ubicados en total, en las mesas de cuatro personas?
- ¿Cuántas mesas no están ocupadas?

8. Una empresa de gas envió el consumo de 2015 a cada familia para crear conciencia sobre la necesidad de ahorrar gas. La familia Tillán recibió el siguiente gráfico:



- ¿En cuántos meses el consumo fue por lo menos de 600 m³?
- ¿En qué mes la familia Tillán realizó el mayor consumo de gas?
- ¿En qué meses el consumo fue a lo sumo de 550 m³?



Tarea: hacé los problemas 27 al 30 de la página 19 del libro de Matemática del CIEEM, los problemas 31 al 38 de las páginas 22 y 23, y los problemas 39 al 41 de la página 25, y 42 y 43 de la página 27.

De Más Problemas: 95 y 96 página 42, 98, 99, 100, 102,103 y 104 de la página 43 y los problemas 105 y 106 de la página 44.

Página 18 del libro

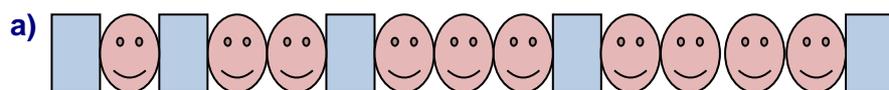
BÚSQUEDA DE REGULARIDADES

En la vida cotidiana, las luces del semáforo, los horarios de los trenes, las fases de la luna, etc. son ejemplos de regularidades.

Un patrón es la regla de formación que caracteriza una regularidad.



Victoria le propone a Nicolás que describa las siguientes regularidades.



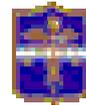
b) ROJO – AMARILLO – VERDE – AMARILLO – ROJO – AMARILLO – VERDE ...

► ¿Cómo explica Nicolás el patrón de cada regularidad?

La primera regularidad está formada por rectángulos y caritas. Comienza con un rectángulo seguido de una carita; luego otro rectángulo con dos caritas y así sucesivamente después de cada rectángulo se agrega una carita más.

La segunda regularidad está compuesta por los tres colores de las luces del semáforo. Hay dos parejas de colores: “rojo – amarillo” y “verde – amarillo”. Estas parejas de colores se repiten alternadamente.

Una regularidad genera una secuencia o sucesión de objetos, figuras, números, ... cada uno de los cuales se denomina “término”.



CIEEM 2016/2017

2016 “Año del Bicentenario de la Declaración de la Independencia de la República Argentina”

- ¿Cuál es el siguiente término de cada una de las regularidades anteriores?
El siguiente término de la primera regularidad es el dibujo de cinco caritas.
El término que sigue en la segunda regularidad es el color amarillo.

FÓRMULAS PARA PREDECIR

A veces, en una secuencia interesa saber la cantidad de elementos que permiten formarla hasta un cierto Término y para averiguarlo podemos describir la regularidad con una fórmula.

Graciela armó un cuadrado con cuatro fósforos. Y con siete fósforos armó un cuadrado con un fósforo en común. Luego, continúa la secuencia agregando fósforos en cada paso para armar un cuadrado más en forma similar.



Fig. 1

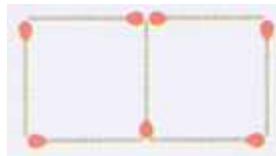


Fig. 2

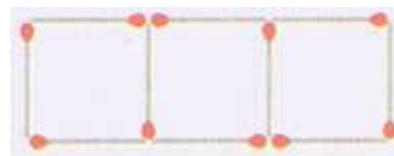


Fig. 3

- ¿Cuántos fósforos tendrá la próxima figura?

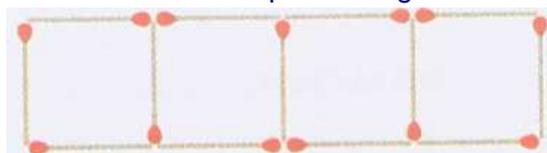


Fig. 4

Vemos que la Figura 4 estará formada por 13 fósforos.

- ¿Cuántos fósforos tendrá la décima figura?

Se pueden contar los fósforos de diferentes formas. Una de ellas es observar en las figuras anteriores que por cada cuadrado que se quiere formar se necesitan agregar tres fósforos más:

Para la primera figura es $4 + 3 \cdot 0 = 4$.

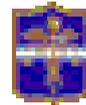
Para la segunda figura es $4 + 3 \cdot 1 = 7$.

Para la tercera figura es $4 + 3 \cdot 2 = 10$.

Para la cuarta figura es $4 + 3 \cdot 3 = 13$.



UBA



CIEEM 2016/2017

2016 “Año del Bicentenario de la Declaración de la Independencia de la República Argentina”

En la décima figura habrá 10 cuadrados; luego, una forma posible de calcular la cantidad de fósforos es $4 + 3 \cdot 9$, es decir, los cuatro fósforos iniciales más tres fósforos por cada uno de los nueve cuadrados restantes, lo que da un total de 31 fósforos.

Otra forma sería $1 + 3 \cdot 10 = 31$, o sea 1 fósforo más 10 veces los 3 fósforos que se agregan para armar cada cuadrado, teniendo en cuenta que cada cuadrado se forma “compartiendo” un lado con el cuadrado anterior.

► Y para una cantidad cualquiera, ¿cuántos fósforos se necesitan? ¿qué expresiones o fórmulas puede escribir Graciela que le permitan calcular la cantidad de fósforos de la figura?

Sobre la base de los resultados anteriores y llamando n a la cantidad de cuadrados formados en una determinada figura, podemos escribir:

$4 + 3 \cdot (n - 1)$, que equivale a considerar los 4 fósforos del cuadrado inicial y luego los tres fósforos por cada cuadrado que se agrega menos uno, la figura original con la que se empieza la secuencia;

$1 + 3 \cdot n$, que representa un fósforo para empezar más los tres fósforos que se necesitan para armar cada uno de los cuadrados subsiguientes.

$2 \cdot n + (n + 1)$, que implicaría contar todos los fósforos de “arriba y abajo” de cada cuadrado más los fósforos en posición vertical.

Cuando en una multiplicación un número antecede o precede un paréntesis, el signo “.” puede no escribirse, por ejemplo: $2 \cdot n = 2n$; $3 \cdot (n + 1) = 3(n + 1)$

Podemos observar que todas estas expresiones permiten calcular la cantidad de fósforos para n cuadrados. Luego, son equivalentes entre sí y vemos que también con las letras podemos usar la propiedad distributiva:

$$4 + 3(n - 1) = 4 + 3n - 3 = 1 + 3n$$

Análogamente, usamos las propiedades asociativa y conmutativa:

$$2n + (n + 1) = (2n + n) + 1 = 3n + 1 = 1 + 3n$$

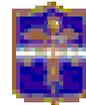
En la traducción de un enunciado o en la expresión de una fórmula que vale para cualquier número reemplazamos los números por letras. Así, en las expresiones anteriores podemos leer:

$n - 1$ como “el anterior a n ”

$n + 1$ “el siguiente de n ” o “el consecutivo de n ” o “el sucesor de n ”

$2n$ “el doble de n ”

$3n$ “el triple de n ”



CIEEM 2016/2017

2016 “Año del Bicentenario de la Declaración de la Independencia de la República Argentina”

- Graciela tiene una caja de 200 fósforos, ¿le alcanzan para construir la figura 65?

Para ello utiliza las fórmulas halladas:

$$4 + 3 \cdot (n - 1) = 4 + 3 \cdot (65 - 1) = 4 + 3 \cdot 64 = 4 + 192 = 196$$

O bien, $1 + 3 \cdot n = 1 + 3 \cdot 65 = 1 + 195 = 196$

También lo podría haber calculado así:

$$2 \cdot n + (n + 1) = 2 \cdot 65 + (65 + 1) = 130 + 66 = 196$$

Con cual, los fósforos de la caja le alcanzan para formar los 65 cuadrados.

La fórmula que traduce el patrón de una regularidad permite calcular el valor de cualquier término de la secuencia.

Tarea Clase 2- Problemas del 15 al 22

15. Utilizando estrategias similares a las vistas anteriormente, calculá:

a) $23 + 12 + 7 + 9 + 8 =$

b) $13 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 =$

c) $12 \cdot 35 =$

d) $98 \cdot 5 =$

e) $225 : 5 =$

16. A partir de $2 \cdot 14 = 28$, hallá los resultados de los cálculos indicados.

a) $8 \cdot 14 =$

b) $7 \cdot 14 =$

c) $9 \cdot 14 =$

d) $12 \cdot 14 =$

17. Decidí, sin hacer cuentas, cuáles de los siguientes cálculos dan el mismo resultado que $2 \cdot (113 + 62) - 45 : 5$. Marcalos con una X.

$2 \cdot (113 + 62 - 45) : 5$

$2 \cdot 113 + 2 \cdot 62 - 45 : 5$

$2 \cdot 113 + 62 - 15$

$2 \cdot (113 + 62 - 45 : 5)$

$(113 + 62) \cdot 2 - 45 : 5$

18. En cada caso, utilizá el cálculo conocido para hallar el valor del cálculo propuesto.

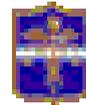
a) Como $3 \cdot 20 = 60$, entonces $3 \cdot 19 =$

b) Como $5 \cdot 30 = 150$, entonces $5 \cdot 31 =$

c) Como $3 \cdot 65 = 195$, entonces $6 \cdot 65 =$

d) Como $4 \cdot 54 = 216$, entonces $2 \cdot 54 =$

19. Diego dice que para multiplicar un número por 15, por ejemplo, $542 \cdot 15$, le agrega un cero a 542 y después suma la mitad de lo que le dio: $5420 + 2710 = 8130$. Este método, ¿sirve para multiplicar cualquier número por 15? ¿Por qué?



CIEEM 2016/2017

2016 “Año del Bicentenario de la Declaración de la Independencia de la República Argentina”

20. En el teatro de la escuela hay 13 filas con 17 asientos cada una. Para calcular cuántos asientos hay, los chicos escribieron los siguientes cálculos:

Mercedes: $(10 + 3) \cdot 17 = 10 \cdot 17 + 3 \cdot 17$

Humberto: $13 \cdot (10 + 7) = 13 \cdot 10 + 13 \cdot 7$

Carla: $13 \cdot (10 + 7) = 130 + 7$

Fernando: $13 \cdot (20 - 3) = 13 \cdot 20 - 3$

Sofía: $(20 - 3) \cdot 13 = 20 \cdot 3 - 3 \cdot 13$

Algunos de los chicos se equivocaron en su cálculo, ¿quiénes?

21. Usá propiedades de las operaciones de manera tal que los cálculos siguientes se transformen en otros, fáciles de resolver mentalmente.

a) $498 \cdot 18 =$

b) $76 \cdot 21 =$

c) $12 \cdot 25 \cdot 3 =$

22. A partir de los valores de la tabla calculá los resultados de las multiplicaciones:

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
43	43	86	129	172	215	258	301	344	387	430

a) $11 \cdot 43 =$

b) $15 \cdot 430 =$

c) $17 \cdot 43 =$

d) $29 \cdot 43 =$

e) $34 \cdot 43 =$

Problemas 23 al 26.

◆ *Para que lo intentes solo...*

23.

- a) ¿Cuáles de los siguientes cálculos da por resultado 42?

Marcalos con una X.

$2 \cdot 5^2 - 2 \cdot 4$

$(2 \cdot 5)^2 - 2 \cdot 4$

$2 \cdot (5^2 - 4)$

$2 \cdot 5^2 - 2^3$

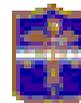
- b) Escribí como una única potencia:

i. $8 \cdot 8 =$

ii. $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$

iii. $5^2 \cdot 5 =$

iv. $10^2 \cdot 10^2 =$



CIEEM 2016/2017

2016 “Año del Bicentenario de la Declaración
de la Independencia de la República Argentina”

c) Uní con una flecha cada cálculo con el resultado correspondiente.

$$2^4 \cdot 2^2 = \quad \quad \quad 13$$

$$2^5 : 2^3 = \quad \quad \quad 64$$

$$3^2 \cdot 2^3 = \quad \quad \quad 72$$

$$3^3 : 3 + 2^2 = \quad \quad \quad 4$$

24. Completá la tabla.

a	b	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	$(a + b)^2$
2	3				
8	0				
4	6				

*Observá que, en general, $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$, (sólo vale la igualdad si $a = 0$ ó $b = 0$).
Es decir, la potenciación **no** es distributiva respecto de la suma.*

25.

a) Completá:

i. $\sqrt{9} = \dots$, porque $\dots^2 = 9$

ii. $\sqrt{64} = \dots$, porque $\dots^2 = 64$

b) Calculá:

i. $\sqrt{36} + \sqrt{64} =$

ii. $\sqrt{36 + 64} =$

iii. $\sqrt{25} - \sqrt{9} =$

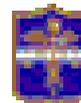
iv. $\sqrt{25 - 9} =$

v. $\sqrt{36} \cdot \sqrt{4} =$

vi. $\sqrt{36 \cdot 4} =$

26. Completá la tabla.

a	b	\sqrt{a}	\sqrt{b}	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a + b}$
16	9				
49	0				
144	25				



Observá que, en general, $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (sólo vale la igualdad si $a = 0$ ó $b = 0$).
Es decir, la radicación **no** es distributiva respecto de la suma.

Problemas 91 al 94

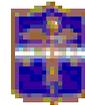


MÁS PROBLEMAS...

- 91.** Guillermo, el encargado de compras de “**TODOTEVE**”, adquiere un lote de 300 DVD por \$60000. El técnico, al revisarlos, encontró que 20 no funcionaban, por lo cual no pudieron ser vendidos pesar de que se habían pagado. El precio de venta de cada equipo fue de \$350, pero como al cabo de dos meses todavía quedaban 25 DVD sin vender, Guillermo vende estos últimos a precio de costo.
¿Cuáles de las siguientes expresiones permiten calcular la ganancia obtenida por el lote? *Marcalas con una X.*
- $350 \cdot (300 - 25 - 20) + 200 \cdot 25 - 60000$ $350 \cdot 255 + 200 \cdot 25 - 60000$
 $350 \cdot 255 + 200 \cdot 25 + 60000$ $150 \cdot 255 + 200 \cdot 25 + 60000$
- 92.** Cuatro chicos, Pedro, Carla, Matías y Justina rinden un examen de Inglés. El examen consta de una prueba escrita y un coloquio. Para aprobar el examen, la suma de las notas del escrito y del coloquio debe ser mayor o igual que 60.
- a)** La cantidad de puntos que saca cada uno en la prueba escrita es el resultado de una de las dos expresiones dadas para cada chico. Además se sabe que: el puntaje de Pedro es mayor a 40; el de Carla es menor que 30; Matías obtuvo más de 15 puntos y Susana el cuadrado de 6.
Tachá la expresión que no corresponde al puntaje de cada chico.
- | | | |
|-----------------|------------------------|------------------------|
| Pedro: | $4 \cdot (10 + 1) - 3$ | $4 \cdot (10 + 1 - 3)$ |
| Carla: | $4 \cdot (10 - 3) + 1$ | $4 \cdot (10 - 3 + 1)$ |
| Matías: | $(4 - 1)^2 + 3$ | $4^2 - 1 + 3$ |
| Justina: | $(4 + 3 - 1)^2$ | $(4 + 3)^2 - 1$ |



UBA



CIEEM 2016/2017

2016 “Año del Bicentenario de la Declaración de la Independencia de la República Argentina”

- b) Las notas que sacaron los chicos en los coloquios son números consecutivos y suman 158. El puntaje de Matías fue superior al de Carla. Completá la tabla e indicá quién aprobó el examen de Inglés.

Alumnos	Nota del escrito	Nota del coloquio	Puntaje total
Pedro		41	
Carla			
Matías			
Justina		40	

93. Colocá menor (<), mayor (>) o igual (=) según corresponda, sin resolver las cuentas. Explicá cómo pensaste en cada caso.

- a) $42 \cdot (21 - 5)$ $42 \cdot 21 + 42 \cdot 5$
b) $150 \cdot (13 + 10)$ $150 \cdot 10 + 150 \cdot 13$
c) $25 \cdot 5 + 5 \cdot 12$ $(25 + 12) \cdot 4$
d) $12 \cdot 8 - 12 \cdot 3$ $12 \cdot 4 + 12 \cdot 1$

94. A Pablo y Oscar les regalaron el mismo libro. Ambos tardaron en leerlo tres días. El primer día Pablo leyó el doble de páginas que Oscar y entre los dos leyeron 90 páginas. Oscar leyó cada día veinte páginas más que el día anterior. Si el tercer día Pablo leyó 56 páginas, ¿cuántas páginas leyó el segundo día?