

CIEEM 2020/2021
Matemática
 Clase del 18 de abril del 2020

Las letras en la traducción de enunciados. Desigualdades. Rectas numéricas.

LAS LETRAS EN LA TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS

Seguimos trabajando con las letras en la traducción de enunciados y con desigualdades.

- ◆ La cantidad de figuritas f que tiene Germán es **a lo sumo** 8. $\xrightarrow{\text{Traducido simbólicamente}}$ $f \leq 8$
- Germán tiene como máximo 8 figuritas, o sea que Germán puede tener: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, u 8 figuritas.*

- ◆ La cantidad de libros l que tiene en su biblioteca Marina es **por lo menos** 20. $\xrightarrow{\text{Traducido simbólicamente}}$ $l \geq 20$
- Marina tiene como mínimo 20 libros en su biblioteca, o sea que tiene 20 libros o más. Marina puede tener: 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 o más libros.*

- ◆ El triple de n **supera** a 21. $\xrightarrow{\text{Traducido simbólicamente}}$ $3n > 21$
- $3 \cdot n > 21$
- Si $n = 8$, entonces: $3 \cdot 8 = 24$ y 24 es mayor que 21 ($24 > 21$).
 Si $n = 9$, entonces: $3 \cdot 9 = 27$ y 27 es mayor que 21 ($27 > 21$).
 Si $n = 10$, entonces: $3 \cdot 10 = 30$ y 30 es mayor que 21 ($30 > 21$).
 Si $n = 11$, entonces: $3 \cdot 11 = 33$ y 33 es mayor que 21 ($33 > 21$).
 ...

Considerando que n es un número natural, los valores posibles de n son los números naturales mayores que siete, o sea que n puede ser igual a: 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15...

Si n es menor o igual que 7, por ejemplo, si $n = 6$, entonces $3 \cdot 6 = 18$ y 18 no es mayor que 21.

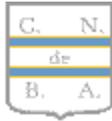
- ◆ El siguiente de m es **inferior** a 9. $\xrightarrow{\text{Traducido simbólicamente}}$ $m + 1 < 9$
- $m + 1 < 9$
- Si $m = 7$, entonces: $7 + 1 = 8$ y 8 es menor que 9 ($8 < 9$).
 Si $m = 6$, entonces: $6 + 1 = 7$ y 7 es menor que 9 ($7 < 9$).
 Si $m = 5$, entonces: $5 + 1 = 6$ y 6 es menor que 9 ($6 < 9$).
 Si $m = 4$, entonces: $4 + 1 = 5$ y 5 es menor que 9 ($5 < 9$).
 ...

Recordá que:

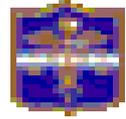
Llamaremos N al conjunto formado por los números naturales y N_0 al conjunto formado por los números naturales y el cero.

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$N_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$



UBA



CIEEM 2020/2021

Matemática

Clase del 18 de abril del 2020

Considerando que m es cero o un número natural, los valores posibles de m son cero o los números naturales menores que ocho, o sea que m puede ser igual a: 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 o 0.

Si m es mayor o igual que 8, por ejemplo, si $m = 13$, entonces $m + 1 = 14$ y 14 no es menor que 9.

- ◆ La edad e de la abuela de Nina es **mayor que 68 años y a lo sumo 72.** Traducido simbólicamente \longrightarrow $68 < e \leq 72$
- $$68 < \textcircled{e} \leq 72$$
- $\longleftarrow \quad \downarrow \quad \longrightarrow$
- $$e > 68 \text{ y } e \leq 72$$

La abuela de Nina puede tener 69, 70, 71 o 72 años.

◆ *Para que lo resuevas solo...*

Pág. 19

19. En cada caso escribí los números naturales n que cumplen las siguientes desigualdades:

a) $2 < n < 8$ Los números naturales n que cumplen esta desigualdad son los mayores que 2 y los menores que 8. Esos números naturales n son: 3, 4, 5, 6 y 7.

b) $n \leq 6$ Los números naturales n que cumplen esta desigualdad son los menores o iguales que 6. Esos números naturales n son: 6, 5, 4, 3, 2, y 1.

c) $2n < 16$

Si $n = 7$, entonces: $2 \cdot 7 = 14$ y 14 es menor que 16 ($14 < 16$).

Si $n = 6$, entonces: $2 \cdot 6 = 12$ y 12 es menor que 16 ($12 < 16$).

Si $n = 5$, entonces: $2 \cdot 5 = 10$ y 10 es menor que 16 ($10 < 16$).

Si $n = 4$, entonces: $2 \cdot 4 = 8$ y 8 es menor que 16 ($8 < 16$).

...

Los valores posibles de n son los números naturales menores que 8, o sea que n puede ser igual a: 7, 6, 5, 4, 3, 2 y 1.

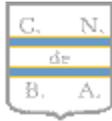
d) $24 < 6n \leq 42$

Si $n = 5$, entonces $24 < 6 \cdot 5 \leq 42$, o sea, $24 < 30 \leq 42$.

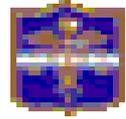
Si $n = 6$, entonces $24 < 6 \cdot 6 \leq 42$, o sea, $24 < 36 \leq 42$.

Si $n = 7$, entonces $24 < 6 \cdot 7 \leq 42$, o sea, $24 < 42 \leq 42$.

Los números naturales n son: 5, 6 y 7.



UBA



CIEEM 2020/2021

Matemática

Clase del 18 de abril del 2020

20. Martín tiene autitos de colección. La cantidad de autitos que tiene es mayor que 15, pero no supera a 20.

a) ¿Cuántos autitos puede tener Martín? *Indicá todas las posibilidades.*

b) Si llamamos c a la cantidad de autitos que tiene Martín, ¿cuáles de las siguientes expresiones indican los posibles valores de c ? *Marcalas con una X en el correspondiente.*

$15 < c < 20$

$16 \leq c \leq 20$

$15 < c \leq 19$

$c \leq 19$ y $c > 15$

$c \leq 20$ y $c > 15$

a) **La cantidad de autitos que tiene Martín es mayor que 15, pero no supera a 20, por lo tanto Martín puede tener: 16, 17, 18, 19 y 20 autitos.**

b) $16 \leq c \leq 20$ **La cantidad de autitos que tiene Martín (c) es mayor o igual que 16 y menor o igual que 20.**

$c \leq 20$ y $c > 15$ **La cantidad de autitos que tiene Martín (c) es menor o igual que 20 y mayor que 15.**

21. Escribí los números naturales a , de dos cifras que verifiquen que $2a \leq 28$.

Buscamos números naturales a de dos cifras que multiplicados por 2 sean menores o iguales que 28. Es decir, que el doble del número natural a de dos cifras tiene que ser menor o igual que 28.

Si $a = 14$, entonces $2 \cdot 14 \leq 28$.

Si $a = 13$, entonces $2 \cdot 13 \leq 28$.

Si $a = 12$, entonces $2 \cdot 12 \leq 28$.

Si $a = 11$, entonces $2 \cdot 11 \leq 28$.

Si $a = 10$, entonces $2 \cdot 10 \leq 28$.

Los números naturales a (de dos cifras) que verifican $2a \leq 28$ son: 10, 11, 12, 13 y 14.

Pág. 20

22. En la expresión $b \cdot 100 > 578$, donde b es un número natural de una cifra, ¿qué valores puede tomar b para que la expresión sea verdadera?

Buscamos un número natural b de una cifra tal que multiplicado por 100 sea mayor que 578.

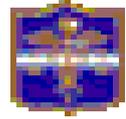
Si $b = 6$, entonces $6 \cdot 100 > 578$, o sea, $600 > 578$.

Si $b = 7$, entonces $7 \cdot 100 > 578$, o sea, $700 > 578$.

Si $b = 8$, entonces $8 \cdot 100 > 578$, o sea, $800 > 578$.

Si $b = 9$, entonces $9 \cdot 100 > 578$, o sea, $900 > 578$.

Los números naturales b (de una cifra) que verifican $b \cdot 100 > 578$ son: 6, 7, 8 y 9.

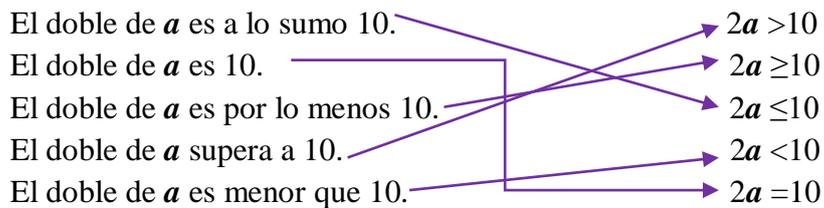


CIEEM 2020/2021

Matemática

Clase del 18 de abril del 2020

23. Uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.



El doble de a es a lo sumo 10.

$$2 \cdot a \leq 10$$

El doble de a es 10.

$$2 \cdot a = 10$$

El doble de a es por lo menos 10.

$$2 \cdot a \geq 10$$

El doble de a supera a 10.

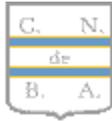
$$2 \cdot a > 10$$

El doble de a es menor que 10.

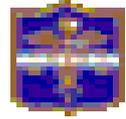
$$2 \cdot a < 10$$

24. El gráfico muestra los resultados de una encuesta acerca de la cantidad de libros que leyeron un grupo de personas, durante un cierto período. De acuerdo con el gráfico:

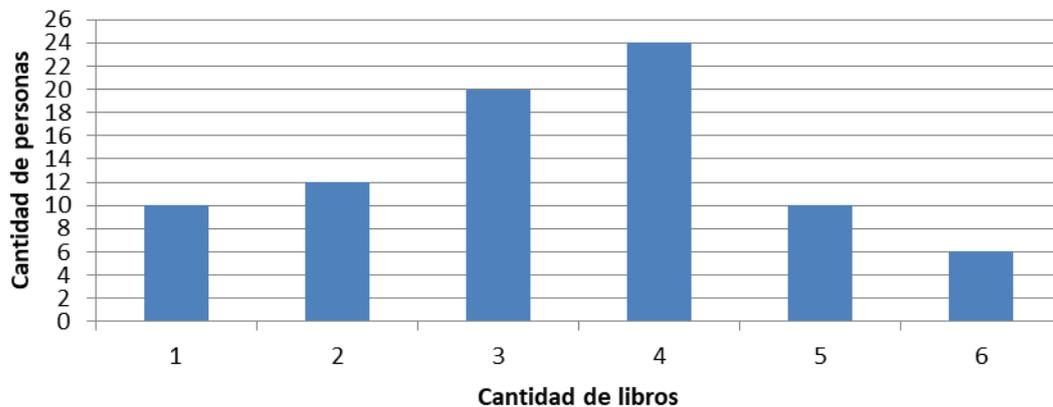
- ¿cuántas personas fueron encuestadas?
- ¿cuántas de estas personas leyeron exactamente 3 libros?
- ¿cuántas leyeron, **por lo menos**, 4 libros?
- ¿cuántas leyeron **más** de 2 libros, pero **menos** de 5?
- ¿cuántas **a lo sumo** 4 libros?



UBA



CIEEM 2020/2021
Matemática
Clase del 18 de abril del 2020



En el gráfico se observa que 1 libro fue leído por 10 personas, 2 libros fueron leídos por 12 personas, 3 libros fueron leídos por 20 personas, 4 libros fueron leídos por 24 personas, 5 libros fueron leídos por 10 personas y 6 libros fueron leídos por 6 personas.

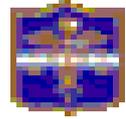
a) Para determinar cuántas personas fueron encuestadas, hay que sumar las alturas de las barras del gráfico: $10 + 12 + 20 + 24 + 10 + 6 = 82$. Por lo tanto, fueron encuestadas 82 personas.

b) Para hallar cuántas personas leyeron exactamente 3 libros, se debe mirar la altura de la barra del gráfico correspondiente a 3 libros, la cual es 20. Luego, 20 personas leyeron exactamente 3 libros.

c) Para obtener cuántas personas leyeron por lo menos (o sea, como mínimo) 4 libros, hay que sumar las alturas de las barras del gráfico que corresponden a 4 o más libros, es decir a 4, 5 y 6 libros. Entonces: $24 + 10 + 6 = 40$. Por lo tanto, 40 personas leyeron por lo menos 4 libros.

d) Para determinar cuántas personas leyeron más de 2 libros pero menos de 5, hay que sumar las alturas de las barras del gráfico correspondientes a más de 2 libros y menos de 5 libros, o sea, las alturas de las barras del gráfico asociadas a 3 y 4 libros. Luego: $20 + 24 = 44$. Por lo tanto, 44 personas leyeron más de 2 libros pero menos de 5.

e) Para hallar cuántas personas leyeron a lo sumo (o sea, como máximo) 4 libros, hay que sumar las alturas de las barras del gráfico que corresponden a 4 o menos libros, es decir a 1, 2, 3 y 4 libros. Entonces: $10 + 12 + 20 + 24 = 66$. Por lo tanto, 66 personas leyeron a lo sumo 4 libros.



CIEEM 2020/2021

Matemática

Clase del 18 de abril del 2020

◆ *Seguimos practicando*

1. Uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.

Analicemos cada expresión coloquial y traduzcámosla al lenguaje simbólico.

- El doble de m es mayor que el siguiente de t .

$$\underbrace{2 \cdot m} > \underbrace{t + 1}$$

- El doble de m es menor que el anterior de t .

$$\underbrace{2 \cdot m} < \underbrace{t - 1}$$

- El doble de m es por lo menos el siguiente de t .

$$\underbrace{2 \cdot m} \geq \underbrace{t + 1}$$

- El doble de m supera al anterior de t .

$$\underbrace{2 \cdot m} > \underbrace{t - 1}$$

- El doble de m es a lo sumo el anterior de t .

$$\underbrace{2 \cdot m} \leq \underbrace{t - 1}$$

Por lo tanto:

El doble de m es mayor que el siguiente de t .

El doble de m es menor que el anterior a t .

El doble de m es por lo menos el siguiente de t .

El doble de m supera al anterior a t .

El doble de m es a lo sumo el anterior a t .

$$2m \geq t + 1$$

$$2m < t + 1$$

$$2m > t + 1$$

$$2m \leq t + 1$$

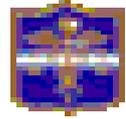
$$2m < t - 1$$

$$2m > t - 1$$

$$2m \leq t - 1$$



UBA



CIEEM 2020/2021

Matemática

Clase del 18 de abril del 2020

2. Ángela, Paola y Néstor son *youtubers* y cada uno de ellos subió a su cuenta un video sobre el viaje que hicieron juntos a Singapur. El video de Ángela recibió 5000 “me gusta” y supera en 3000 a la cantidad de “me gusta” que obtuvo el de Paola. La cantidad de “me gusta” que recibió el video de Néstor es mayor que la cuarta parte de la cantidad que obtuvo el video de Paola, pero no supera a la cantidad de “me gusta” que recibió el de Ángela.

Si llamamos n a la cantidad de “me gusta” que obtuvo el video de Néstor, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones indican los posibles valores de n ? Marcá con una X en el o los correspondientes.

$n > 500$ y $n \leq 5000$

$500 \leq n \leq 5000$

$500 < n \leq 5000$

$500 < n < 5000$

Hallemos, en lenguaje simbólico, la o las expresiones que indican los posibles valores de n de acuerdo con los datos que figuran en lenguaje coloquial en el enunciado del problema.

- Como el video de Ángela recibió 5000 “me gusta” y supera en 3000 a la cantidad de “me gusta” que obtuvo el de Paola, entonces el video de Paola recibió $5000 - 3000$, o sea, 2000 “me gusta”.
- Como llamamos n a la cantidad de “me gusta” que obtuvo el video de Néstor y la cantidad de “me gusta” que recibió el video de Néstor es mayor que la cuarta parte de la cantidad que obtuvo el video de Paola, entonces $n > 2000 : 4$, es decir que $n > 500$.
- Como la cantidad de “me gusta” que obtuvo el video de Néstor no supera a la cantidad de “me gusta” que recibió el video de Ángela, entonces $n \leq 5000$.

Luego, si $n > 500$ pero $n \leq 5000$, entonces: $n > 500$ y $n \leq 5000$, es decir que $500 < n \leq 5000$.

Por lo tanto, las expresiones que indican los posibles valores de n son las siguientes marcadas con una X en los correspondientes:

$n > 500$ y $n \leq 5000$

$500 \leq n \leq 5000$

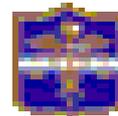
$500 < n \leq 5000$

$500 < n < 5000$

La opción $500 \leq n \leq 5000$ no indica los posibles valores de n , porque en esa expresión n puede valer 500 y, de acuerdo con el enunciado del problema, n es mayor que 500 ($n > 2000 : 4$, es decir, $n > 500$).



UBA



CIEEM 2020/2021

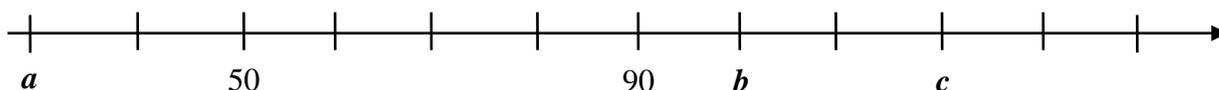
Matemática

Clase del 18 de abril del 2020

La opción $500 < n < 5000$ no indica los posibles valores de n , ya que en esa expresión n no puede valer 5000 y, de acuerdo con el enunciado del problema, n no supera a 5000, con lo cual n es menor o igual que 5000 ($n \leq 5000$).

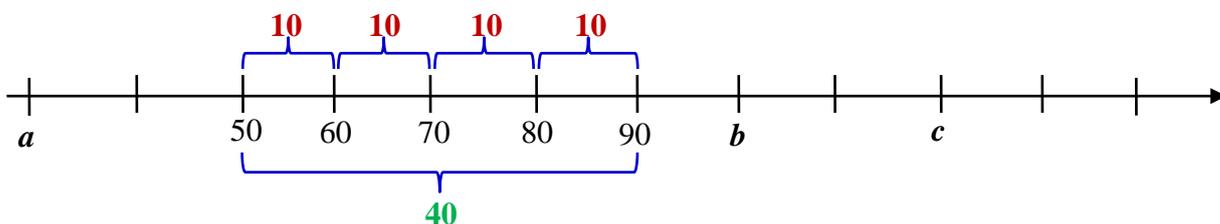
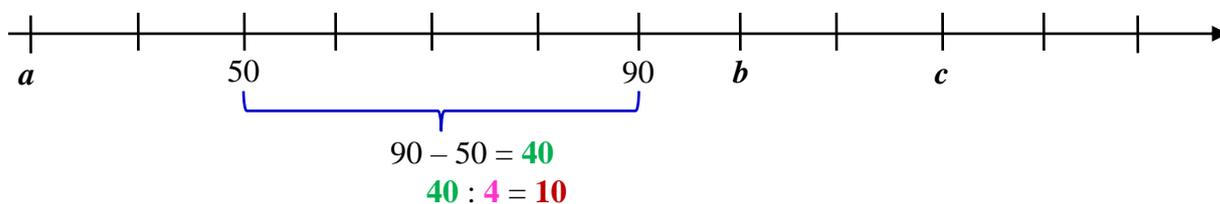
UN POCO MÁS DEL TRABAJO CON RECTAS

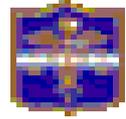
◆ En la siguiente recta, cada letra representa un número natural. ¿Cuáles son cada uno de esos números?



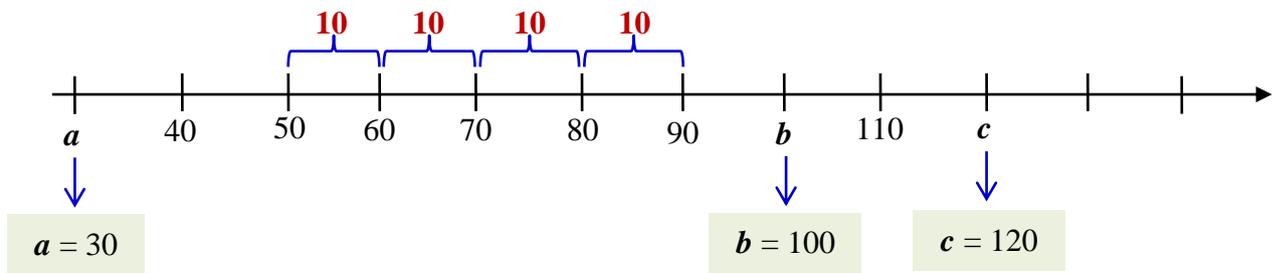
Para poder hallar el número que representa cada letra, primero tenemos que determinar cuántas unidades representa el segmento unidad de medida. En la recta numérica, el segmento que tiene por extremos los puntos que representan el 50 y el 90, corresponde a la distancia entre el 50 y el 90, la cual es: $90 - 50$, o sea, **40**. Como, en la recta numérica, entre las ubicaciones del 50 y el 90 hay **cuatro** segmentos unidad de medida, para hallar a cuántas unidades corresponde cada uno de ellos realizamos este cálculo: $40 : 4$, o sea, **10**. Por lo tanto, el segmento unidad de medida representa **10** unidades. Luego:

- $a = 50 - 2 \cdot 10 = 50 - 20 = 30$;
- $b = 90 + 10 = 100$;
- $c = 100 + 2 \cdot 10 = 100 + 20 = 120$.





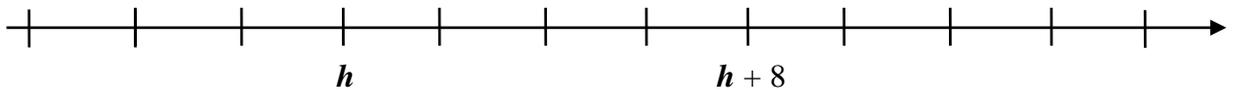
CIEEM 2020/2021
Matemática
Clase del 18 de abril del 2020



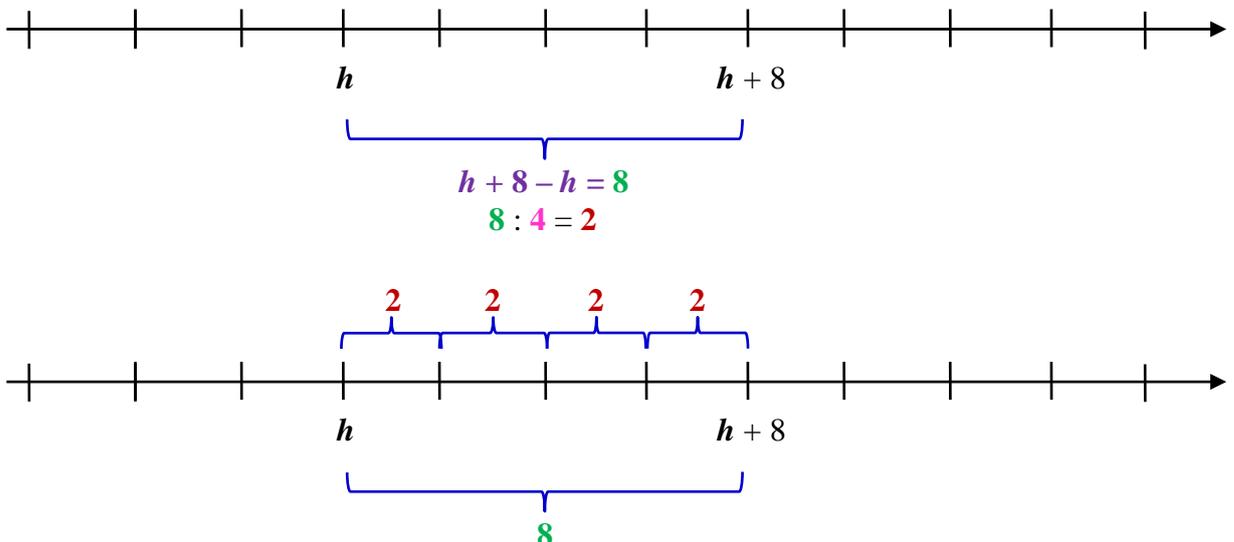
◆ *Seguimos practicando*

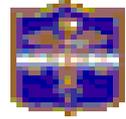
3. Representá en la recta numérica lo que se indica. Marcalo con una X en la recta y escribilo debajo de cada marca.

- i. $h + 12$; ii. $h - 4$; iii. el siguiente de h .

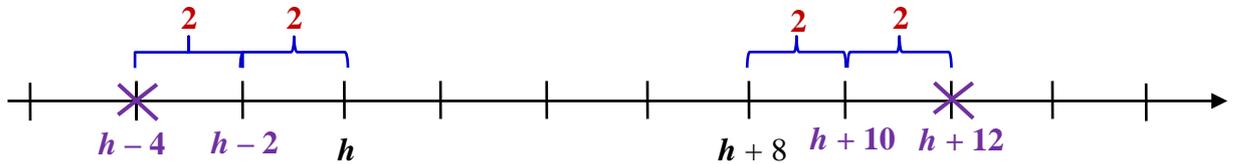


Para poder representar en la recta numérica lo que se pide, primero tenemos que determinar cuántas unidades representa el segmento unidad de medida. En la recta numérica, el segmento que tiene por extremos los puntos que representan h y $h + 8$, corresponde a la distancia entre h y $h + 8$, la cual es: $h + 8 - h$, o sea, 8 . Como, en la recta numérica, entre las ubicaciones de h y $h + 8$ hay **cuatro** segmentos unidad de medida, para hallar a cuántas unidades corresponde cada uno de ellos realizamos este cálculo: $8 : 4$, o sea, 2 . Por lo tanto, el segmento unidad de medida representa **2** unidades. Luego:

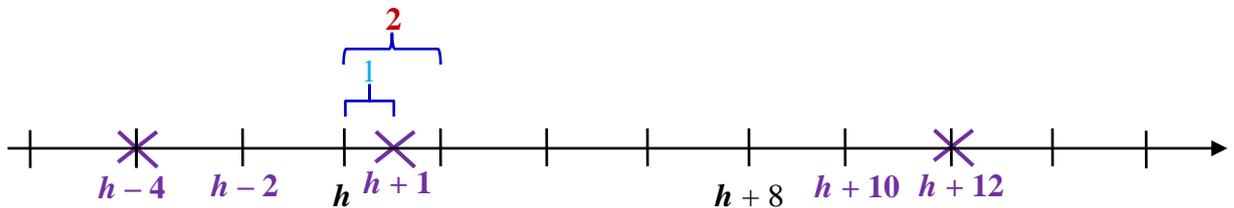




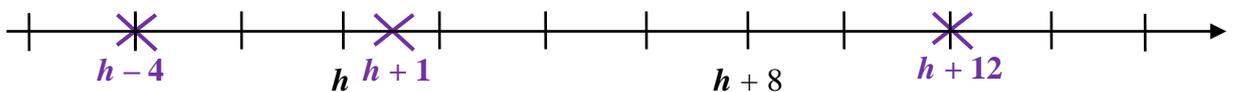
CIEEM 2020/2021
Matemática
Clase del 18 de abril del 2020



Como el siguiente de h es $h + 1$ y el segmento unidad de medida representa 2 unidades, entonces para representar $h + 1$ en la recta numérica, consideramos la mitad del segmento unidad de medida. Luego:



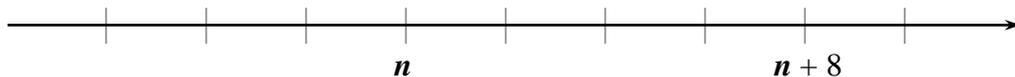
Por lo tanto:



◆ *Para que lo resuelvas solo...*

Pág. 22 y 23

26. Representá los números $n + 4$ y $n - 2$. Marcalos con una X en la recta.

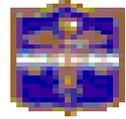


Para poder hallar el número que representa $n + 4$ y $n - 2$, primero tenemos que determinar cuántas unidades representa el segmento unidad de medida. En la recta numérica, el segmento que tiene por extremos los puntos que representan n y $n+8$, corresponde a la distancia entre n y $n+8$, la cual es: $n+8 - n$, o sea, 8. Como, en la recta numérica, entre las ubicaciones de n y $n+8$ hay cuatro segmentos unidad de medida, para hallar a cuántas unidades corresponde cada uno de ellos realizamos este cálculo: $8 : 4$, o sea, 2. Por lo tanto, el segmento unidad de medida representa 2 unidades. Luego:

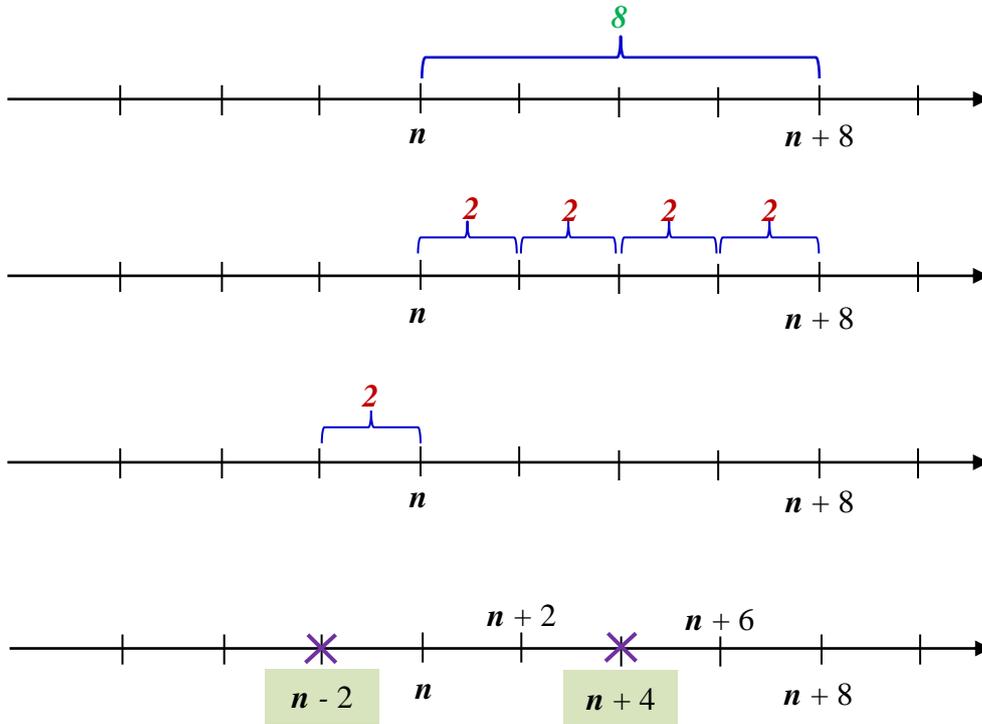
$$\begin{aligned}n + 8 - n &= 8 \\ 8 : 4 &= 2\end{aligned}$$



UBA

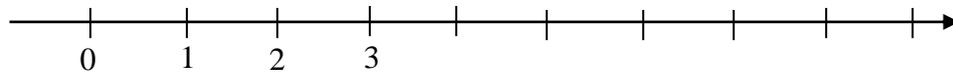


CIEEM 2020/2021
Matemática
Clase del 18 de abril del 2020



27. Representá en la recta numérica todos los números naturales n , que cumplan con las condiciones indicadas en cada caso. Marcalos con una X en la recta y escribí los números correspondientes.

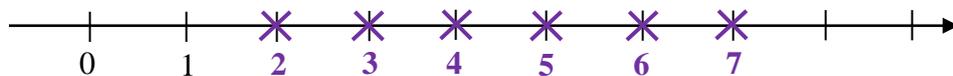
a) $1 < n \leq 7$



$$1 < n \leq 7$$

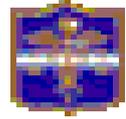
$n > 1$ y $n \leq 7$

Los números naturales n que cumplen esta desigualdad son los mayores que 1 y menores o iguales a 7, o sea que n puede ser igual a: 2, 3, 4, 5, 6 y 7.





UBA

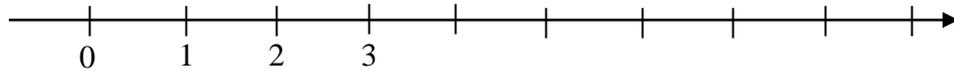


CIEEM 2020/2021

Matemática

Clase del 18 de abril del 2020

b) $2 \leq 2n \leq 12$



$$2 \leq 2n \leq 12$$

← ↓ ↓ →

$$2n \geq 2 \quad \text{y} \quad 2n \leq 12$$

Si $n = 1$, entonces $2 \cdot 1 \geq 2$ y $2 \cdot 1 \leq 12$
 $2 \geq 2$ y $2 \leq 12$

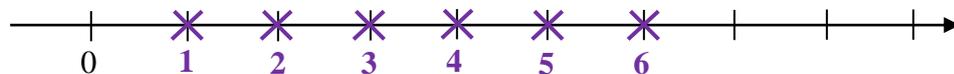
Si $n = 2$, entonces $2 \cdot 2 \geq 2$ y $2 \cdot 2 \leq 12$
 $4 \geq 2$ y $4 \leq 12$

Si $n = 3$, entonces $2 \cdot 3 \geq 2$ y $2 \cdot 3 \leq 12$
 $6 \geq 2$ y $6 \leq 12$

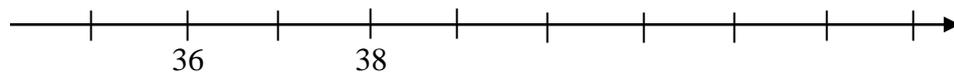
Si $n = 4$, entonces $2 \cdot 4 \geq 2$ y $2 \cdot 4 \leq 12$
 $8 \geq 2$ y $8 \leq 12$

Si $n = 5$, entonces $2 \cdot 5 \geq 2$ y $2 \cdot 5 \leq 12$
 $10 \geq 2$ y $10 \leq 12$

Si $n = 6$, entonces $2 \cdot 6 \geq 2$ y $2 \cdot 6 \leq 12$
 $12 \geq 2$ y $12 \leq 12$



c) $40 < n + 3 \leq 45$



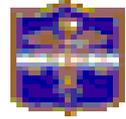
$$40 < n + 3 \leq 45$$

← ↓ ↓ →

$$n + 3 > 40 \quad \text{y} \quad n + 3 \leq 45$$



UBA



CIEEM 2020/2021

Matemática

Clase del 18 de abril del 2020

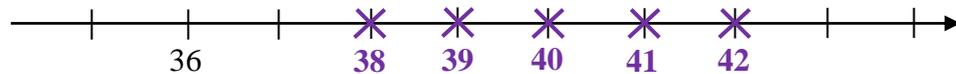
Si $n = 38$, entonces $38 + 3 > 40$ y $38 + 3 \leq 45$
 $41 > 40$ y $41 \leq 45$

Si $n = 39$, entonces $39 + 3 > 40$ y $39 + 3 \leq 45$
 $42 > 40$ y $42 \leq 45$

Si $n = 40$, entonces $40 + 3 > 40$ y $40 + 3 \leq 45$
 $43 > 40$ y $43 \leq 45$

Si $n = 41$, entonces $41 + 3 > 40$ y $41 + 3 \leq 45$
 $44 > 40$ y $44 \leq 45$

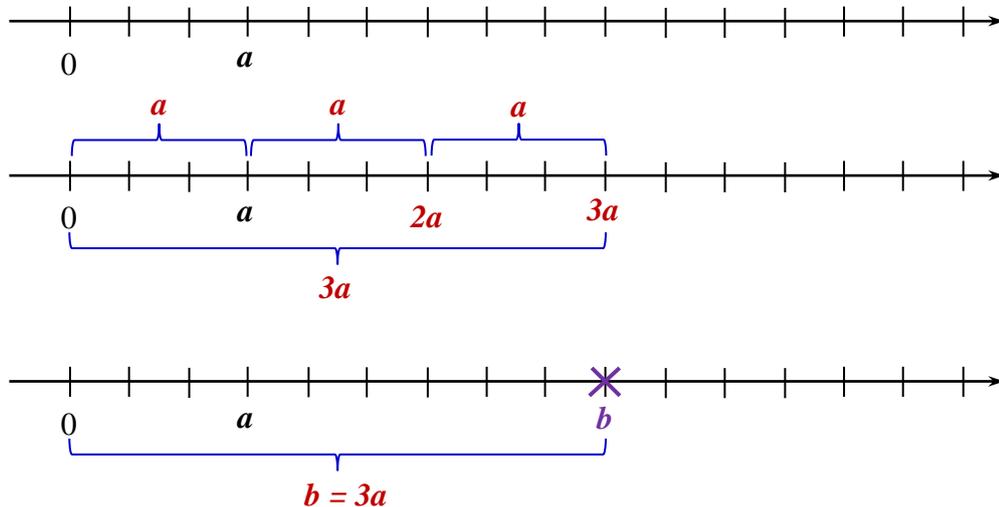
Si $n = 42$, entonces $42 + 3 > 40$ y $42 + 3 \leq 45$
 $45 > 40$ y $45 \leq 45$

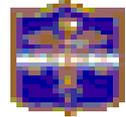


28. Representá en la recta numérica los números indicados en cada caso. Marcalos con una X en la recta y escribí la letra correspondiente.

a) Los números b y c , considerando que: $b = 3a$ y $c = (a + b) : 2$.

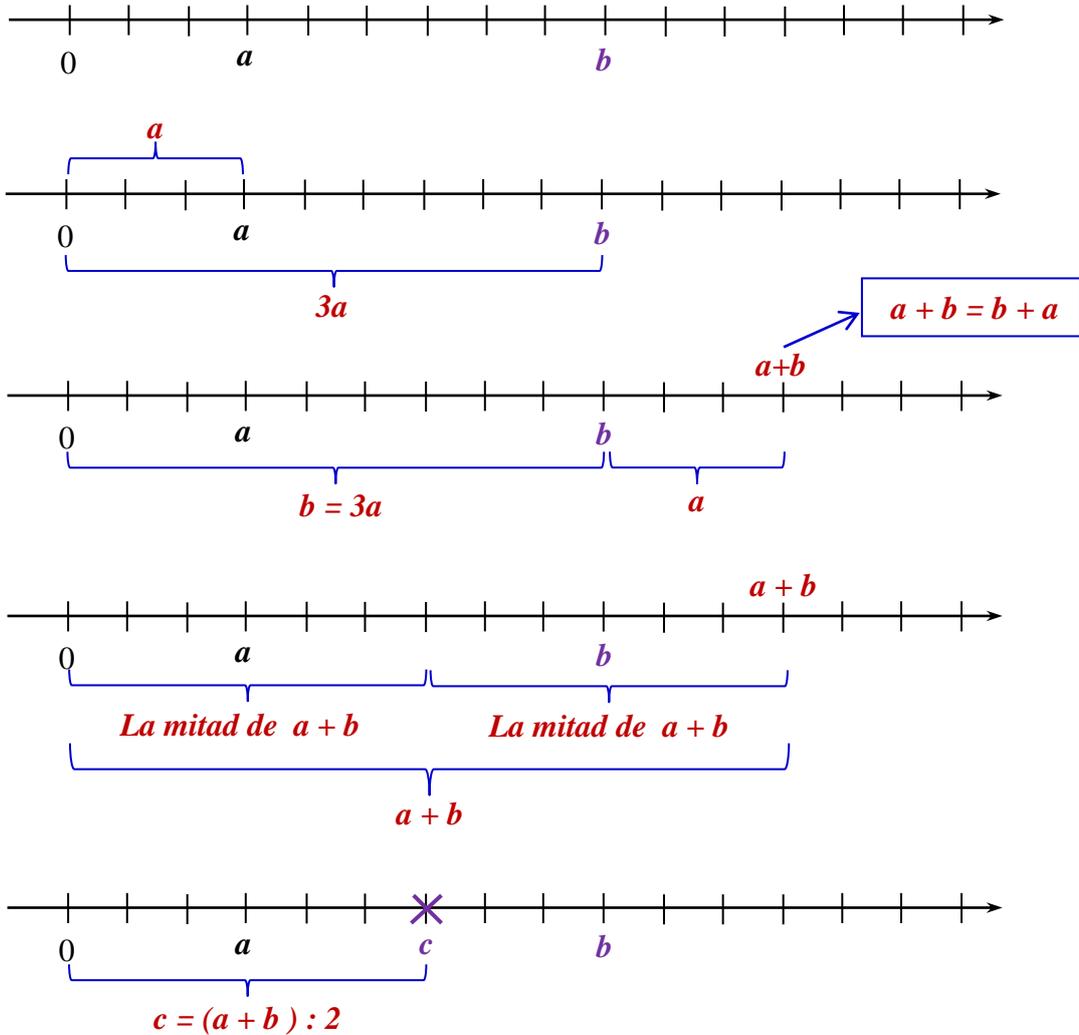
$b = 3a$



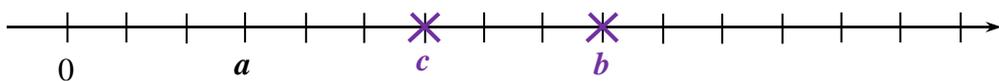


CIEEM 2020/2021
Matemática
Clase del 18 de abril del 2020

$$c = (a + b) : 2$$

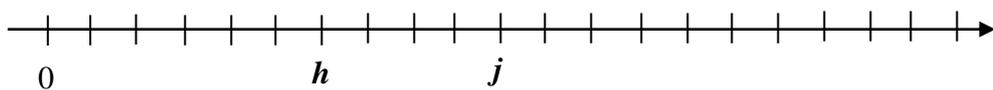


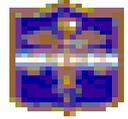
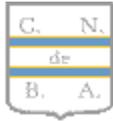
Respuesta completa del ítem a)



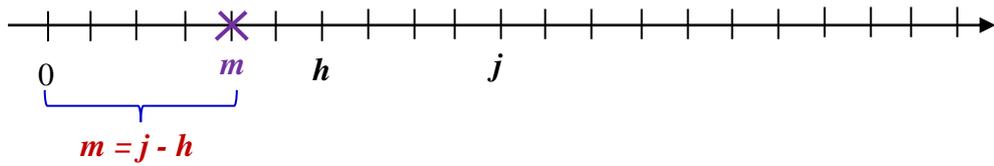
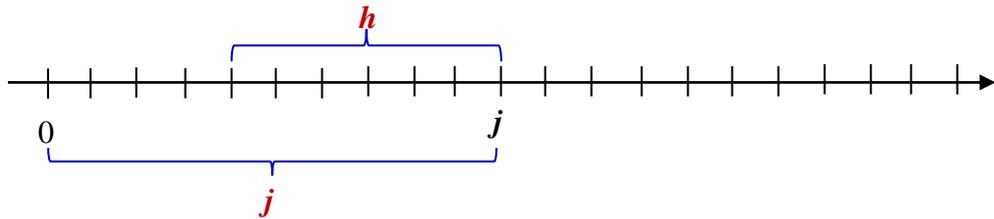
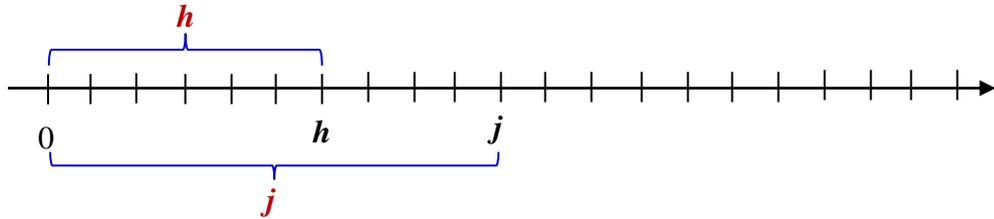
b) Los números m y p , considerando que: $m = j - h$ y $p = j + h : 3$.

$$m = j - h$$

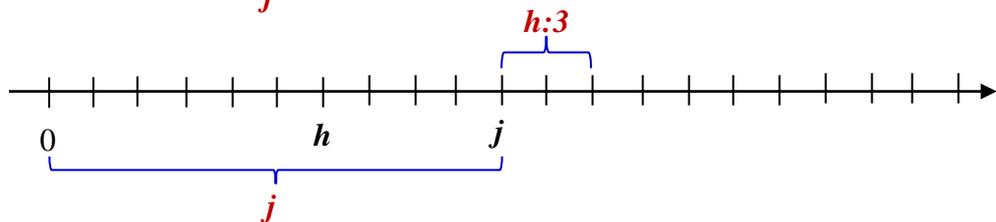
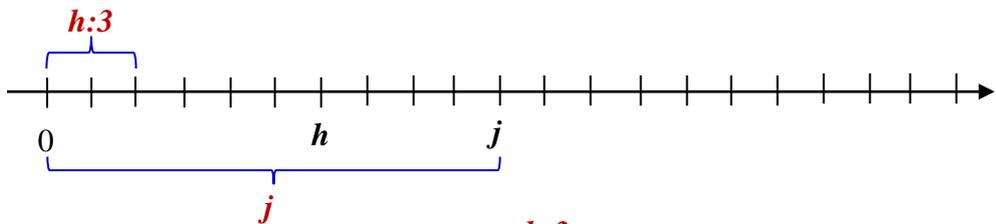
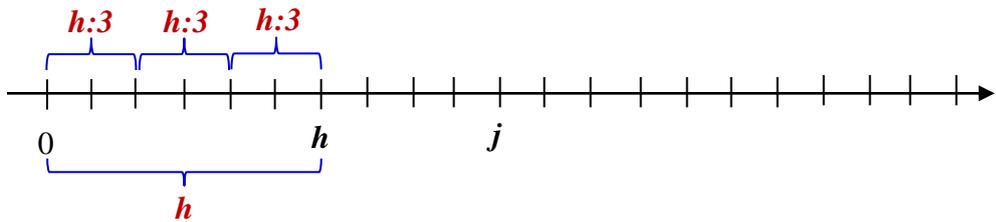
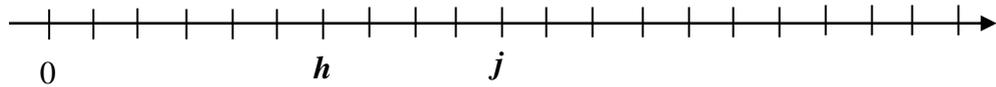




CIEEM 2020/2021
Matemática
Clase del 18 de abril del 2020

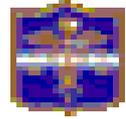


$p = j + h : 3$

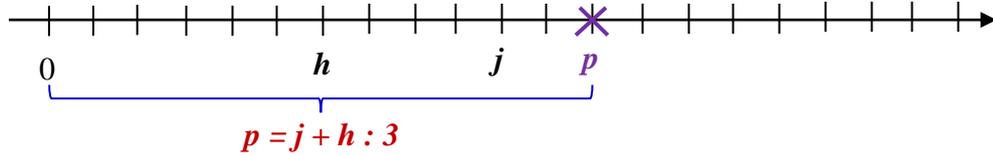




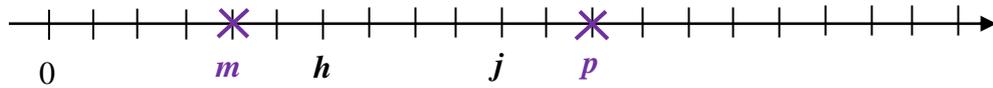
UBA



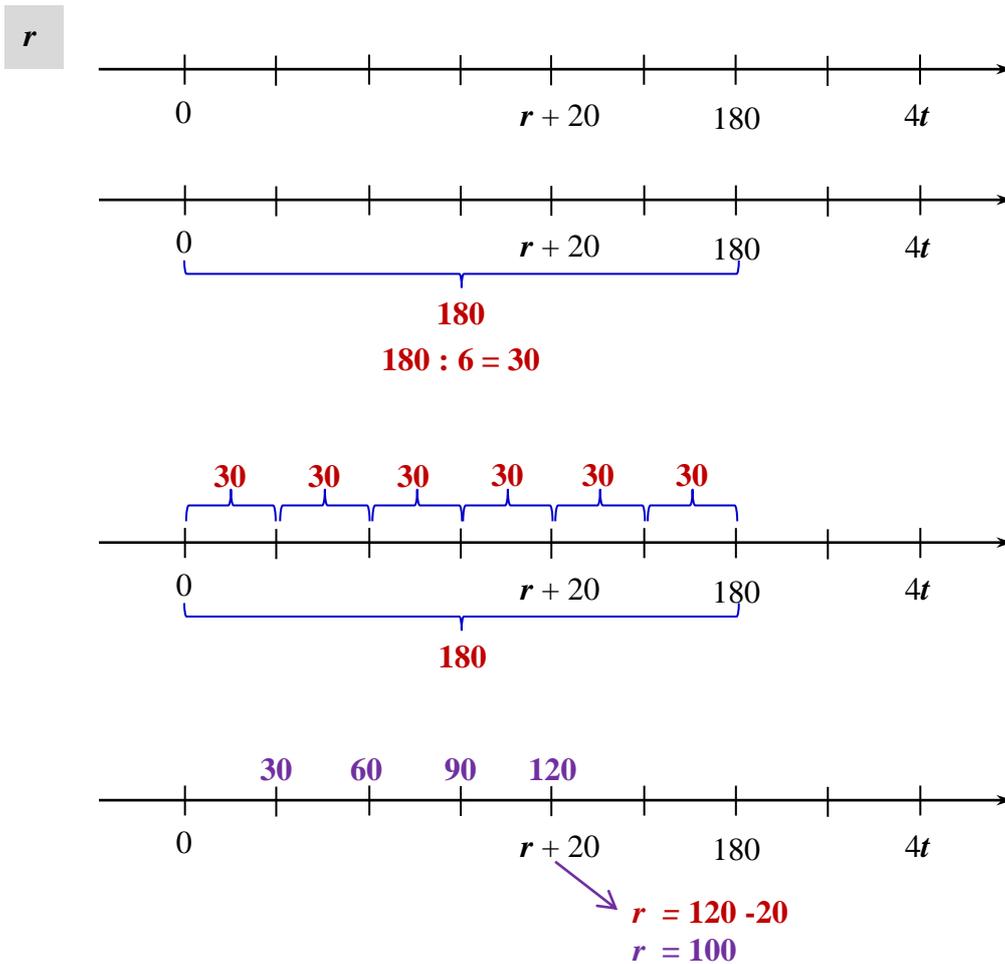
CIEEM 2020/2021
Matemática
Clase del 18 de abril del 2020



Respuesta completa del ítem b)



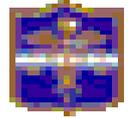
29. ¿Qué números representan las letras r y t ?



La letra r representa el número 100

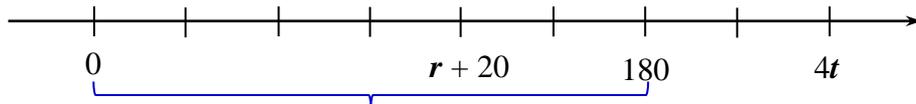
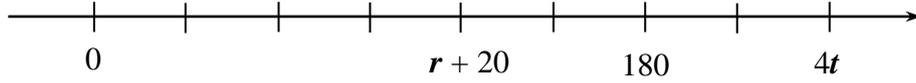


UBA

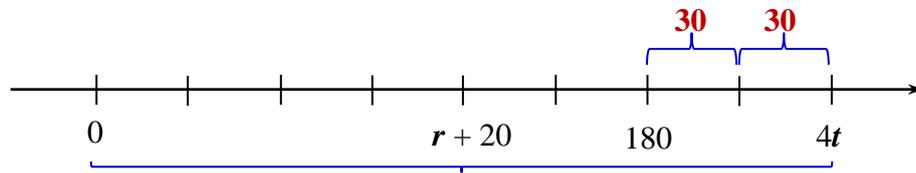
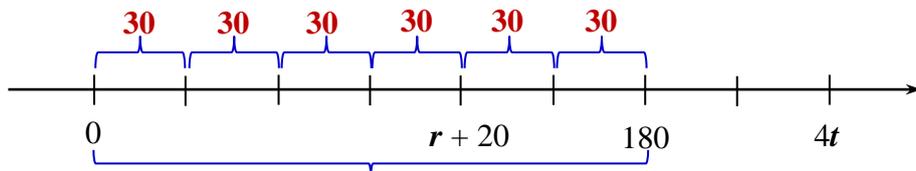


CIEEM 2020/2021
Matemática
Clase del 18 de abril del 2020

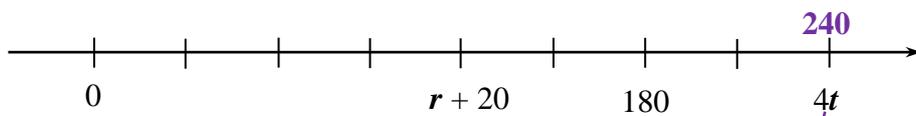
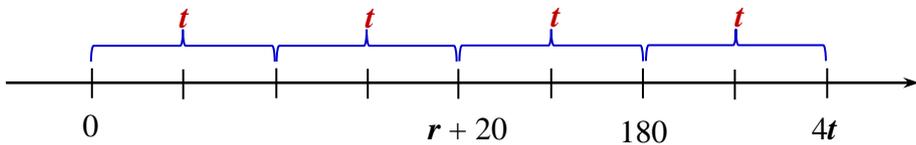
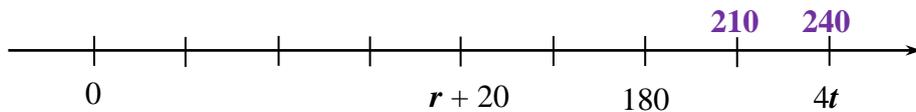
t



180
 $180 : 6 = 30$



$180 + 30 \cdot 2 = 240$



$t = 240 : 4$
 $t = 60$

La letra t representa el número 60