

Respuestas

Unidad 3

1)

i) $x = 3$; el eje de simetría es $x = 3$; la intersección con el eje y es el punto $(0 ; 9)$.

ii) $x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$; el eje de simetría es $x = 0$, la intersección con el eje y es el punto $(0 ; -2)$.

iii) $x = -2 \pm \sqrt{3}$; el eje de simetría es $x = -2$; la intersección con el eje y es el punto $(0 ; 1)$.

iv) $x_1 = 4$ y $x_2 = 0$; el eje de simetría es $x = 2$; la intersección con el eje y es el punto $(0 ; 0)$.

v) No hay ceros; el eje de simetría es $x = 1$, la intersección con el eje y es el punto $(0 ; -2)$.

vi) $x_1 = 1$ y $x_2 = 3$; el eje de simetría es $x = 2$; la intersección con el eje y es el punto $(0 ; 12)$.

vii) No hay ceros; el eje de simetría es $x = -2$; la intersección con el eje y es el punto $(0 ; 5)$.

viii) $x_1 = 1$ y $x_2 = 0$; el eje de simetría es $x = 0.5$; la intersección con el eje y es el punto $(0 ; 0)$.

3)

a) y b)

| | Ecuación canónica | Vértice | Eje de simetría | Conjunto imagen | $\{x / f(x) \geq 0\}$ |
|-------|---|---|-------------------|-------------------------------------|---|
| i) | $y = (x - 3)^2$ | $(3, 0)$ | $x = 3$ | $[0, +\infty)$ | \mathbb{R} |
| ii) | $y = 3x^2 - 2$ | $(0, -2)$ | $x = 0$ | $[-2, +\infty)$ | $(-\infty, -\sqrt{\frac{2}{3}}] \cup [\sqrt{\frac{2}{3}}, +\infty)$ |
| iii) | $y = (x + 2)^2 - 3$ | $(-2, -3)$ | $x = -2$ | $[-3, +\infty)$ | $(-\infty, -2 - \sqrt{3}] \cup [-2 + \sqrt{3}, +\infty)$ |
| iv) | $y = 3(x - 2)^2 - 12$ | $(2, -12)$ | $x = 2$ | $[-12, +\infty)$ | $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$ |
| v) | $y = -(x - 1)^2 - 1$ | $(1, -1)$ | $x = 1$ | $(-\infty, -1]$ | \emptyset |
| vi) | $y = 4(x - 2)^2 - 4$ | $(2, 4)$ | $x = 2$ | $[4, +\infty)$ | $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$ |
| vii) | $y = (x + 2)^2 + 1$ | $(-2, 1)$ | $x = -2$ | $[1, +\infty)$ | \mathbb{R} |
| viii) | $y = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ | $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ | $x = \frac{1}{2}$ | $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ | $[0, 1]$ |

c)

| | Intervalo de crecimiento | Intervalo de decrecimiento |
|-----|--------------------------|----------------------------|
| i) | $(3, +\infty)$ | $(-\infty, 3)$ |
| ii) | $(0, +\infty)$ | $(-\infty, 0)$ |

| | | |
|--------------|------------------|------------------|
| iii) | $(-2, +\infty)$ | $(-\infty, -2)$ |
| iv) | $(2, +\infty)$ | $(-\infty, 2)$ |
| v) | $(-\infty, 1)$ | $(1, +\infty)$ |
| vi) | $(2, +\infty)$ | $(-\infty, 2)$ |
| vii) | $(-2, +\infty)$ | $(-\infty, -2)$ |
| viii) | $(-\infty, 1/2)$ | $(1/2, +\infty)$ |

4)

a) $p_1 \rightarrow y = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$

$p_2 \rightarrow y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$

b) $p_1 \rightarrow y = (x+1)^2 + 4$

$p_2 \rightarrow y = -x^2 - 1$

5)

a) i) $p_2 \rightarrow y = \frac{5}{4}(x-2)^2$

ii) $a_1 = \frac{5}{8}$

b) $y = -2x^2 + 4x + 6$

i) $V = (1, 8)$

Ceros: $x_1 = -1$ y $x_2 = 3$

iii) $\text{Im } f = (-\infty, 8]$

iv) Positiva y decreciente en el intervalo $(1, 3)$.

Negativa y creciente en $(-\infty, -1)$.

6)

$a < 0, h \in \mathbb{R}$ y $k > 0$.

7)

a) Falsa.

b) Verdadera.

c) Falsa.

d) Falsa.

8)

a) $f(x) = 2(x-1)(x-3)$

b) $f(x) = -\frac{2}{3}(x+2)(x-3)$

c) $f(x) = \frac{1}{5}(x+2)(x-8)$

d) $f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)(x-1)$

e) $f(x) = -2(x+3)^2 + 5$

9)

a) V

b) V

c) F

d) F

e) F

10)

30 cm, 40 cm y 50 cm.

11) $x = 2$ e $y = 2$.

12) El radio del círculo menor es 2 cm y el del círculo mayor es 4 cm.

13) $x = 18$ e $y = 18$.

14) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ o $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$.

15) a) $x = 150$. b) $x=25$ ó $x=275$

16) 8 cm

17) 287,5 cm²

18)

a) $t = 3$ y $t = 18$.

b) Cuando $t = 25$.

19) $\left(\frac{10}{31} + \frac{12}{31}\sqrt{5}\right)$ m

20) 28 m y 21 m.

21) El radio del semicírculo es $\frac{12}{\pi + 4}$ m y las dimensiones del rectángulos son $\frac{24}{\pi + 4}$ m y $\frac{12}{\pi + 4}$ m.

22)

a) 12

b) \$2000

23) La pelota no puede chocar con la rampa.

24)

a) $e = f(t) = 6 - 3t + t^2$ $v = g(t) = -3 + 2t$ $a = h(t) = 2$

c) i) En $t = 1,5$ la velocidad es cero.

ii) En $[0 ; 1,5)$ el movimiento es retardado y en $(1,5 ; 5]$ el movimiento es acelerado.

d) i) 2

25)

b) $t = 5$

26)

a) Ascende en $\left(0, \frac{600}{49}\right)$ y desciende en $\left(\frac{600}{49}, \frac{1200}{49}\right)$.

b) La altura máxima es 734,7 m cuando $t = \frac{600}{49}$ segundos = 12,24 segundos.

c) $\frac{1200}{40}$ segundos = 24,49 segundos.

d) $t_1 = 0,424$ segundos y $t_2 = 24,065$ segundos

27)

a) 120 y 160 u 80 y 240.

b) 100 y 200.

c) No es posible.

28) $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

29)

a) V

b) V

c) F

d) V

e) V

30)

a) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

b) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

31) $x^2 + 2x - 35 = 0$

32)

a) $2x^2 - 20x + 32 = 0$

b) $-\frac{1}{2}x^2 + x + 1 = 0$

33)

a) $m = \frac{1}{32}$

b) $m = 1$

c) $m = 12$

34)

$k \in (-3; 3)$

35)

a) $k = 3$ o $k = -1$

b) $k = 3 + 2\sqrt{2}$ o $k = 3 - 2\sqrt{2}$

36)

a) $k = 1$

b) $k = 1$

37)

a) $k = \frac{1}{4}$

b) $k = 1$

38) $k = 12$

39)

a) $2x^2 - 3x - 2 = 2(x - 2) \left(x + \frac{1}{2}\right)$

b) $x^2 + 4x - 45 = (x - 5)(x + 9)$

c) $4x^2 - 3 = 4 \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

d) $3x^2 + 2x - 1 = 3(x + 1) \left(x - \frac{1}{3}\right)$

e) $-2x^2 + 2x + 180 = -2(x - 10)(x + 9)$

41)

a) $x_1 = \sqrt{3}; x_2 = -\sqrt{3}; x_3 = \frac{1}{2}; x_4 = -\frac{1}{2}$

b) $x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = \frac{1}{2}; x_4 = -\frac{1}{2}$

c) $x_1 = 3; x_2 = -3; x_3 = \frac{1}{2}; x_4 = -\frac{1}{2}$

d) $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = \frac{1}{2}; x_4 = -\frac{1}{2}$

e) $x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}; x_3 = 2; x_4 = -2$

42)

a) $A = (4, -5)$ y $B = (1, 4)$.

b) $A = (6, -42)$ y $B = (-1, 0)$.

c) $A = \left(1, \frac{1}{2}\right)$ y $B = (-2, 2)$.

43)

b) $A = (60; 1200)$ y $B = (10; 700)$.

Para $x = 60$ y $x = 10$ no hay ganancia, la ganancia es nula.

c) Llamando g a la función ganancia, resulta que $g(x) = -x^2 + 70x - 600$.

d) Considerando que el dominio de g es el intervalo $[0; +\infty)$, hay ganancia para $10 < x < 60$ y hay pérdida para $0 \leq x < 10$ o $x > 60$.

44) $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

45) $y = -3x + 5$

46) $m = 0$ o $m = -4$

47)

$m \in \mathbb{R}$ y $m \neq 1$.

48)

a) $k = \sqrt{3}$ o $k = -\sqrt{3}$.

Para $k = \sqrt{3}$, el punto de tangencia es $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -1\right)$. Para $k = -\sqrt{3}$, el punto de tangencia es $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -3\right)$.

b) $-\sqrt{3} < k < \sqrt{3}$

49)

a) $y = 5x - 12$

b) $y = 4x - 9$

50) $k = -2$

51) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

52)

a) $\text{Im} = [0; +\infty)$

b) $\text{Im} = \mathbb{R}$

c) $\text{Im} = [-3; 1]$