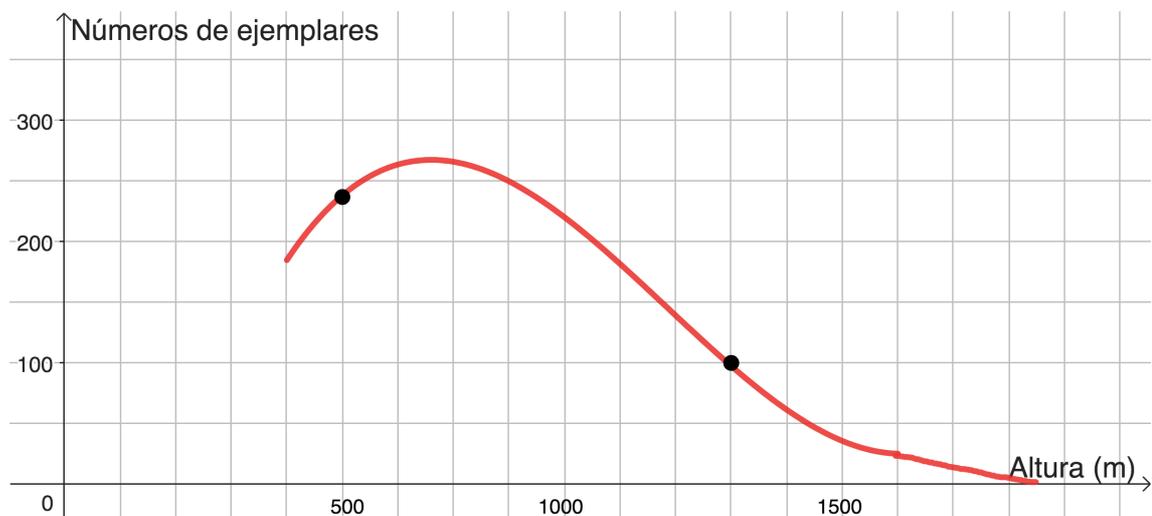


## Unidad 1: Funciones. Generalidades.

### Definición de función y gráficos

- 1) En un campo hay un tipo de flor que aparece con frecuencia. Se ha estudiado la cantidad media aproximada de ejemplares que hay por hectárea a distintas alturas. La siguiente gráfica muestra dicha información:



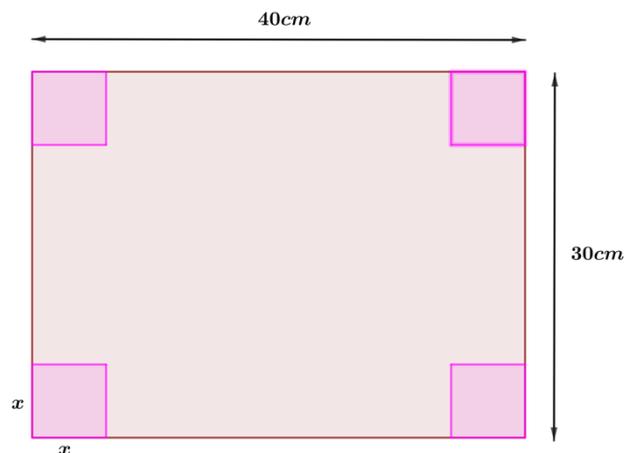
- ¿Cuáles son las variables que se relacionan? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
- En la gráfica se observa que la curva contiene al punto  $(500; 225)$ , es decir a  $500m$  de altura hay 225 ejemplares de la flor por hectárea. ¿Qué significa que la gráfica contenga al punto  $(1200; 100)$ ?
- ¿A qué altura hay aproximadamente 200 ejemplares por hectárea?
- ¿Cuántos ejemplares se espera que haya a  $2000m$ ?
- ¿Qué sucede con los ejemplares de la flor a medida que aumenta la altura del terreno? ¿Por qué?
- ¿El campo estudiado, se encuentra por encima de los  $200m$  sobre el nivel del mar? ¿Por qué?

- 2) La siguiente tabla muestra la distancia recorrida por una bolita, que se deja caer en una pequeña rampa de madera.

Tiempo (en s)	Recorrido (en cm)
0.5	3
1	10
1.5	24
2	40
2.5	65
3	90
3.5	120
4	160
4.5	200
5	250

- a) ¿Cuáles son las variables de este problema? ¿Cuál es la independiente y cuál la dependiente?
- b) Teniendo en cuenta el tipo de variable que es el tiempo y con los datos de la tabla armar un gráfico aproximado de la situación.
- 3) A partir de un cartón de forma rectangular de  $40\text{cm}$  por  $30\text{cm}$  se desea construir una caja sin tapa, recortando cuadrados de las esquinas, como indica la imagen.

- a) Teniendo en cuenta que el lado de los cuadraditos ( $x$ ) debe ser un número entero, ¿cómo se puede decidir, antes de cortar, cuál es el tamaño ideal de los cuadrados para que la caja tenga la mayor capacidad posible?



- b) ¿Es posible modelizar esta situación con una fórmula que facilite los cálculos para decidir la medida del lado  $x$ ?
- c) ¿Qué valores puede tomar  $x$  para poder armar una caja? ¿Es el mismo tipo de variable que el tiempo? ¿Por qué?

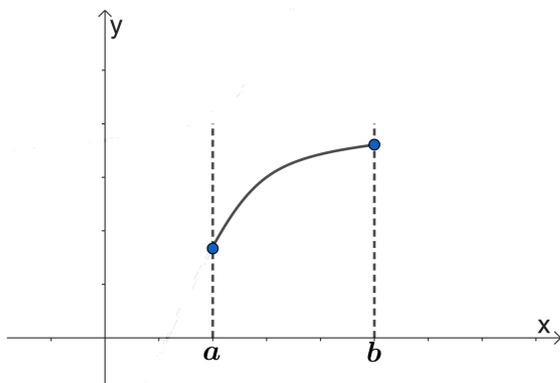
Recordemos que llamamos función a una relación entre dos conjuntos de elementos, que hace corresponder a **todo** elemento del primer conjunto un **único** elemento del segundo conjunto.

Las funciones pueden expresarse mediante gráficos, tablas, fórmulas ...

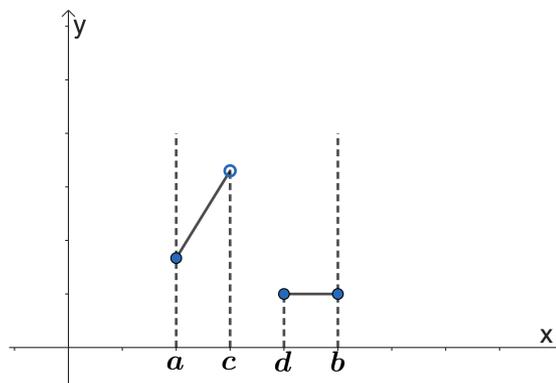
Notamos  $f: A \rightarrow B$ , para indicar su dominio y su codominio.

4) Dadas las relaciones de  $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ , decidir si las mismas son funciones y en cada caso justificar.

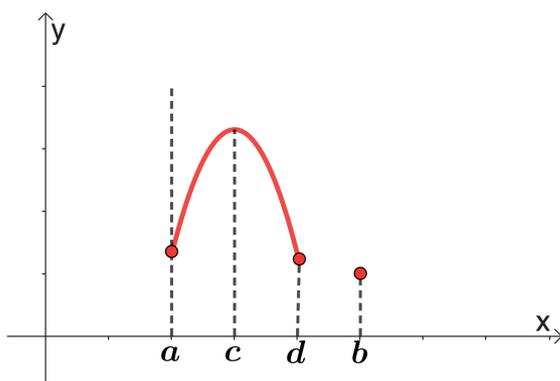
a)



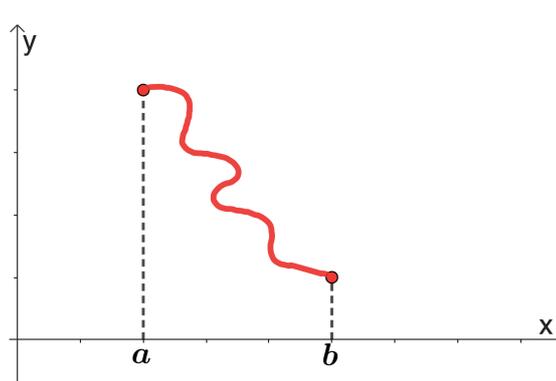
b)



c)

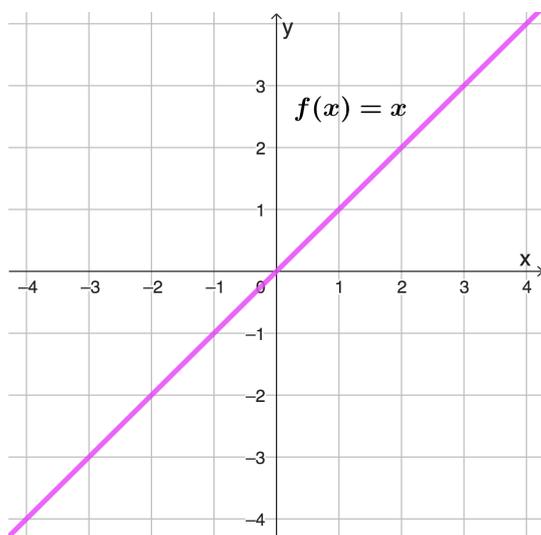


d)

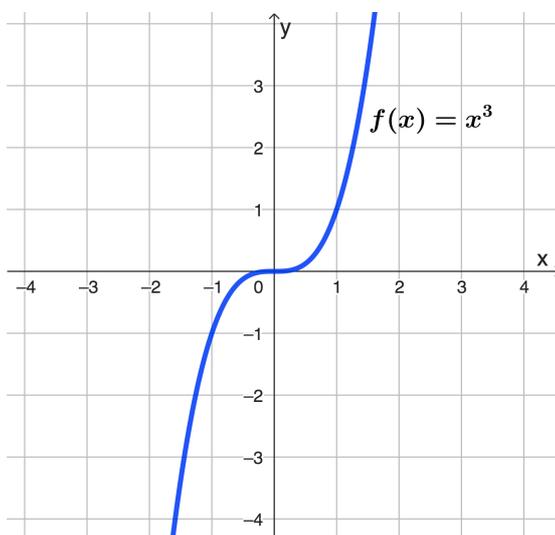


5) Dadas las siguientes relaciones y sus gráficos, decidir si las mismas son funciones de  $A \rightarrow B$ , para cada caso.

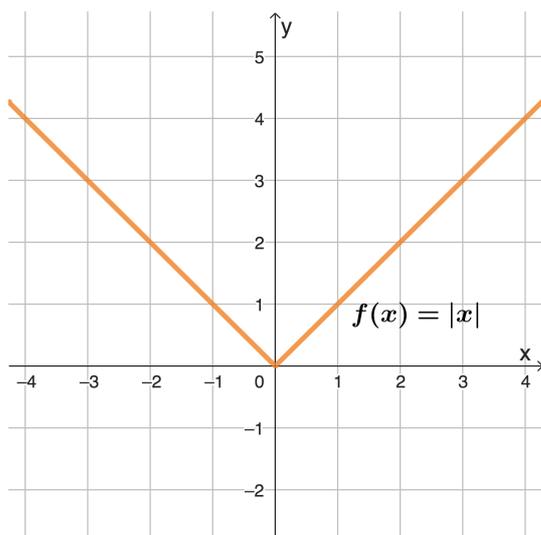
i)



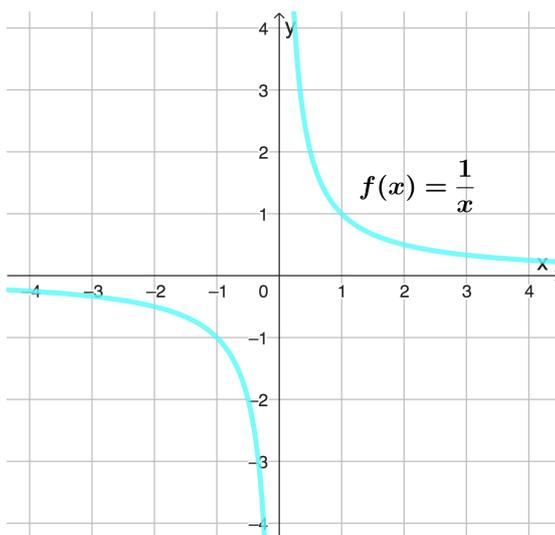
ii)



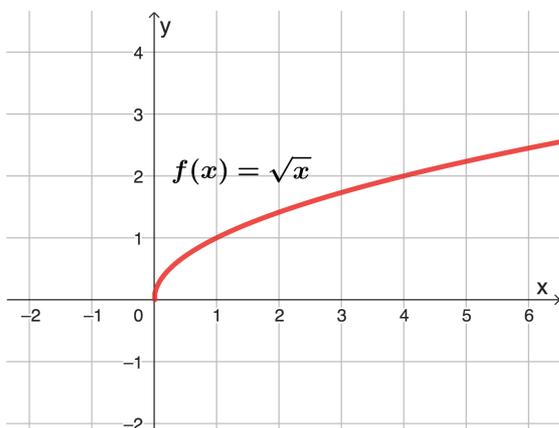
iii)



iv)



v)



a)  $A = \mathbb{R}_0^+$  y  $B = \mathbb{R}$

b)  $A = \mathbb{R}$  y  $B = \mathbb{R}_0^+$

c)  $A = \mathbb{R}_0^+$  y  $B = \mathbb{R}_0^-$

d)  $A = \mathbb{R} - \{0\}$  y  $B = \mathbb{R}$

e)  $A = \mathbb{R}$  y  $B = \mathbb{R}$

f)  $A = \mathbb{R}_0^+$  y  $B = \mathbb{R}_0^+$

## Dominio y Conjunto imagen

6) Observando los gráficos del Ejercicio 5, ¿cuál es el dominio mayorante de cada función? ¿Y su conjunto imagen? ¿Y cuál es el codominio?

7) Hallar el dominio mayorante de las siguientes funciones y expresarlo como intervalo o unión de intervalos.

$$a) f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{|x+1|-2}}$$

$$e) f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x(x^2-9)}$$

$$b) f(x) = \frac{2x+1}{(x^2-9)(x+1)}$$

$$f) f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x}}{x^2-1}$$

$$c) f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^2-5}{2-x^2}} + \frac{1}{|x|-\sqrt{3}}$$

$$g) f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x^2+2}}$$

$$d) f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{|x+1|-2}}$$

## Intersecciones con los ejes

Dada una función  $f: A \rightarrow B$ :

Llamamos **raíces o ceros** a las intersecciones con el eje  $x$ , es decir a los valores de  $x \in A$  que verifican  $f(x) = 0$ .

Llamamos **ordenada al origen** a la intersección con el eje  $y$ , es decir al valor de  $y \in B$  que verifica  $f(0) = y$ .

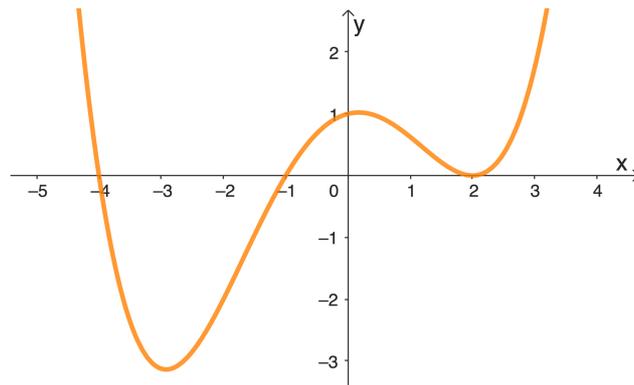
8) Hallar, si existen, las raíces y ordenada al origen de las siguientes funciones:

$$a) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4$$

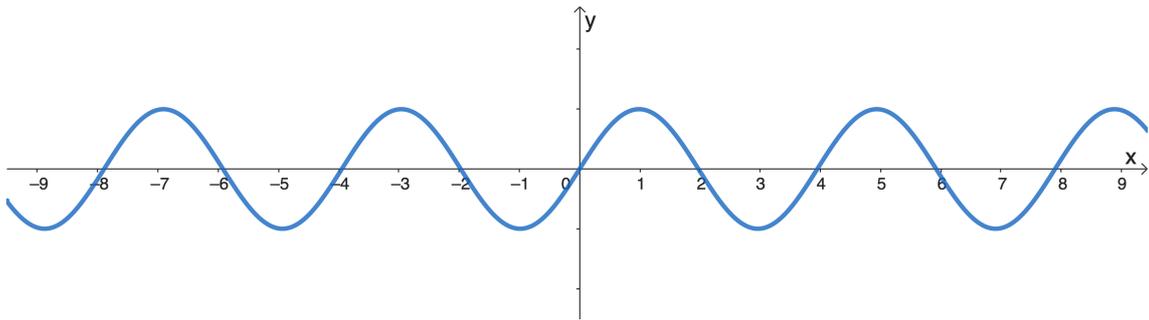
$$b) f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$$

$$c) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 4$$

d)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



e)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



f)  $f: \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow \mathbb{R}$

